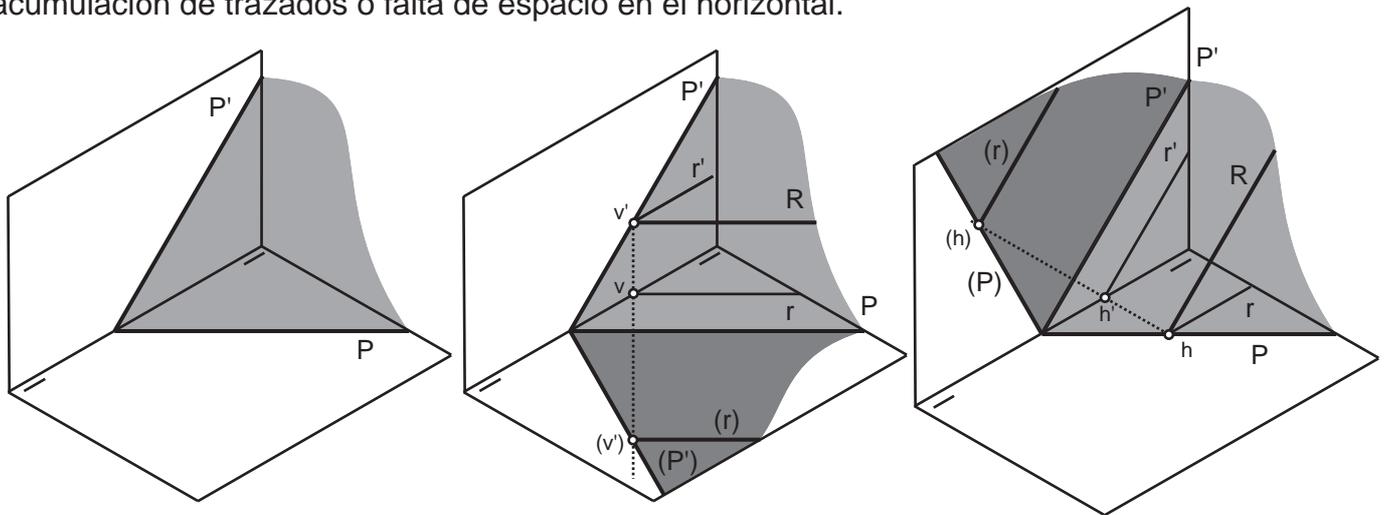
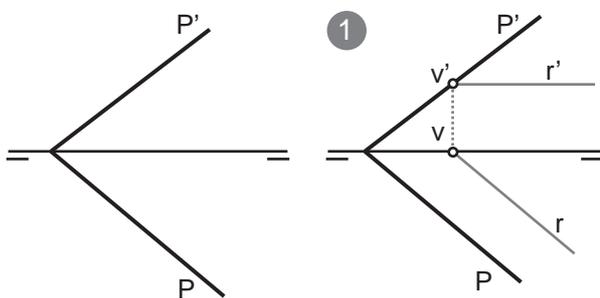


Un abatimiento de un plano consiste en hacer girar el plano entorno a una recta, que es una de las dos trazas del plano, que ejerce de charnela o eje de giro (bisagra) hasta hacerlo coincidir con uno de los dos planos de proyección. Es una operación importante y frecuente pues gracias a ella se puede observar en verdadera magnitud y forma todo lo contenido en el plano.

Generalmente se suelen abatir los planos sobre el PH de proyección, usando la traza horizontal como charnela. Pero también se puede abatir un plano sobre el PV de proyección en caso de acumulación de trazados o falta de espacio en el horizontal.



### Abatimiento de un plano oblicuo sobre el PH de proyección

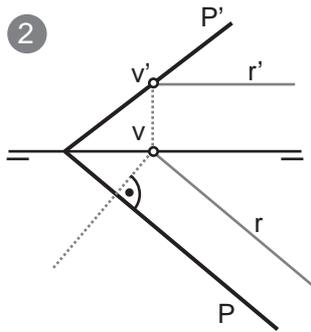


1º- Contenemos en el plano una recta horizontal determinando su traza vertical  $vv'$  que se encuentra contenida en la traza vertical del plano

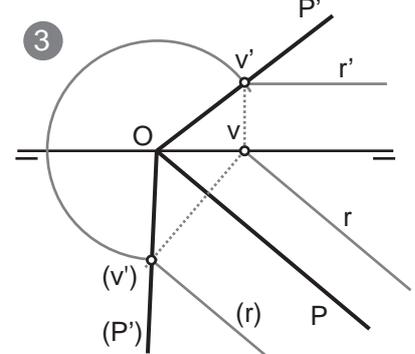
Esto en principio no es necesario completamente, ya que con elegir un punto perteneciente a la traza vertical del plano (en este caso  $vv'$ ) es suficiente para poder realizar el abatimiento.

Pero es muy extraño y un tanto inútil abatir un plano sin algo contenido en el, por lo que es muy frecuente tener que contener algún punto perteneciente al plano en una recta perteneciente a este para abatir plano y recta y así encontrar el punto abatido sobre la recta abatida.

2º- Si nos fijamos en  $v$  (proyección horizontal del punto sobre la traza vertical de la recta), este cuando el plano se abata seguirá una trayectoria perpendicular a la charnela o eje de giro, en este caso  $P$ . Trazamos la perpendicular a  $P$  desde  $V$ .



3º- Hemos señalado en este paso con una "O" al punto de intersección de las dos trazas del plano sobre la LT. La magnitud  $Ov'$  se observa en verdadera magnitud sobre el PH de proyección y se mantendrá al haber abatido el plano sobre el PH de proyección. Por ello haciendo centro en  $O$ , con radio hasta  $v'$ , trazamos un arco que corta a la perpendicular a  $P$  en  $(v')$ . La recta desde  $O$  pasando por  $(v')$  es la traza vertical del plano  $P$  abatida,  $(P')$ .



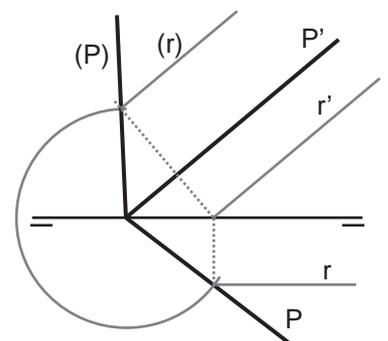
### Abatimiento de un plano sobre el PV de proyección

Cuando necesitamos abatir sobre el PH de proyección la mecánica va a ser exactamente la misma.

La recta horizontal es paralela a la traza horizontal del plano (espacialmente y en proyección horizontal) y de este modo podemos trazar una paralela a  $P$  (traza horizontal del plano) por  $(v')$  para obtener  $(r)$  que es la recta horizontal contenida en el plano abatida con este.

La diferencia está en que deberemos escoger un punto sobre la traza horizontal del plano y en el caso de tener que contener algún punto perteneciente al plano lo haremos con una recta frontal que es paralela a la traza vertical del plano.

Se establece una afinidad con dos puntos afines  $v'$  y  $(v')$ , el eje de afinidad es la charnela  $P$  (traza horizontal) y la dirección de afinidad (perpendicular a  $P$ ).

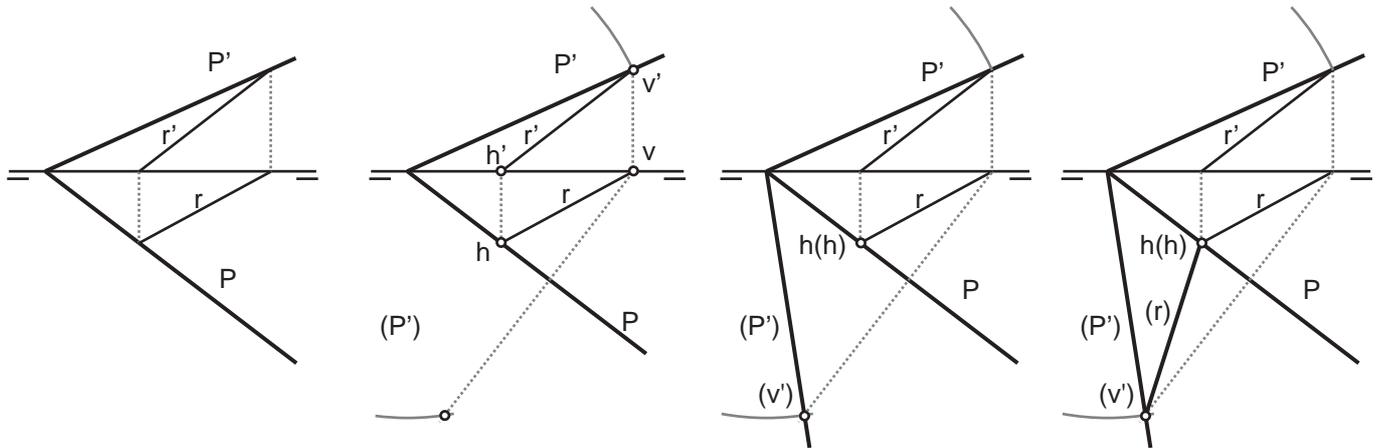


## Abatimiento de un plano que contiene una recta oblicua.

1º-Buscamos ambas trazas de la recta (vertical y horizontal). Estas, al pertenecer al plano están contenidas en sus trazas. A partir de la proyección horizontal de la traza vertical trazamos una perpendicular a la charnela que la cruza (Dirección de afinidad). Con centro en la intersección de las trazas del plano, sobre la LT, y radio hasta la proyección vertical de la traza vertical de la recta trazamos un arco que corta a la dirección de afinidad.

2º- Uniendo la intersección de las dos trazas (vertical y horizontal) del plano sobre la LT con el punto donde se corta el arco con la dirección de afinidad obtenemos la traza vertical del plano ABATIDA.

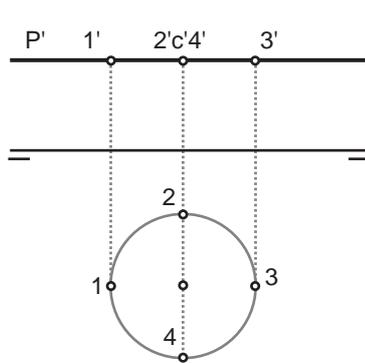
3º- El punto donde la dirección de afinidad es cortada por el arco, perteneciente a la traza vertical del plano abatido es también la traza vertical de la recta abatida. La traza horizontal de la recta, al estar contenida en la charnela no modifica su posición. Por lo tanto uniendo la traza horizontal de la recta (que también es la traza horizontal de la recta abatida) con la traza vertical de la recta abatida sobre la traza vertical del plano abatido, obtenemos la recta abatida.



El proceso es exactamente el mismo si abatimos el plano sobre el PV de proyección. En ese caso la traza vertical de la recta permanecería y la traza horizontal sería la que marcaría la dirección de afinidad (esta vez perpendicular a la charnela que sería la traza vertical del plano) y la que marcaría el extremo de la recta abatida.

## Planos frontales u horizontales no necesitan ser abatidos.

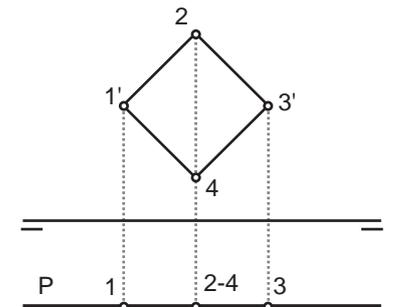
Los planos frontales u horizontales son paralelos a uno de los planos de proyección por lo que en esa proyección cualquier cosa contenida en dichos planos será proyectada en verdadera magnitud y forma en virtud de la proyección cilíndrica ortogonal que caracteriza el sistema diédrico.



A la izquierda vemos un plano horizontal que contiene a una circunferencia. La circunferencia no se observa en proyección vertical, pero en proyección horizontal la observamos en verdadera magnitud y forma.

A la derecha vemos un plano frontal que contiene a un cuadrado. Sucede lo mismo que con la ilustración de la izquierda, pero con los planos de proyección cambiados.

EN ambos casos el abatimiento no tiene sentido. Pues no nos ofrece ninguna información que no tengamos ya.

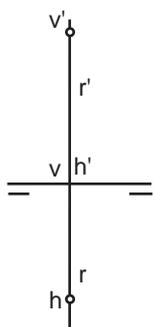


## La tercera proyección no es más que un abatimiento sobre el plano horizontal del un plano de perfil

1º- Trazamos un plano de perfil que contiene a la recta R.

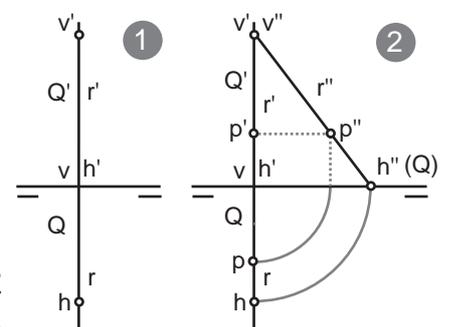
2º- abatimos sobre el plano vertical la dirección parte de  $h'$  sobre la LT hacia la derecha (también podríamos abatir el plano hacia la izquierda aunque eso no es lo normal).

Y con centro en  $H'$  y radio  $h'-h$  trazamos un arco que corta a la dirección de afinidad (sobre LT) en  $h''$ .

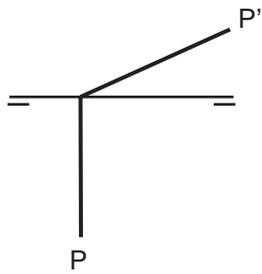


$V'$  en este caso permanece en su sitio al estar contenido en la propia charnela.

Viendo la recta de perfil (abatida sobre PV de proyección podemos situar un punto a una cota o alejamiento determinados y desabatir el punto para mostrarlos en sus dos proyecciones convencionales (vertical y horizontal)

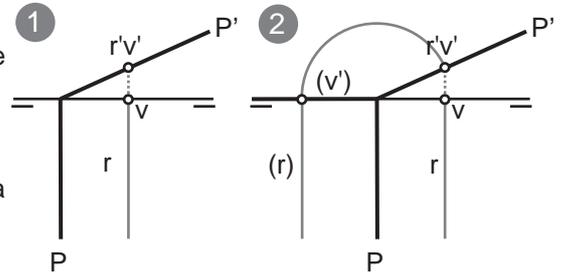


## Abatimiento de un plano proyectante vertical sobre el PH de proyección

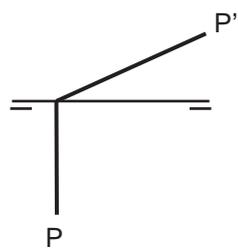


1º- Hemos contenido en el plano una recta de punta R. Esta determina una traza vertical sobre la traza vertical del plano, P'. La dirección de afinidad (como siempre, perpendicular a la charnela) se superpone a la LT.

2º- Abatimos v' sobre la LT y así obtenemos la traza vertical de la recta abatida (v'). La recta abatida es paralela a la charnela P.

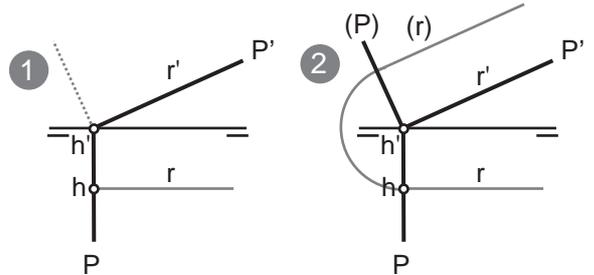


## Abatimiento de un plano proyectante vertical sobre el PH de proyección

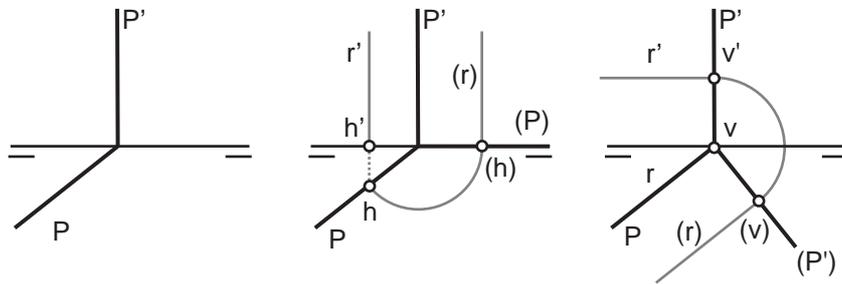


1º- Esta vez contendremos en el plano una recta R frontal. Nos interesa su traza horizontal hh'. A partir de h' la dirección de afinidad es perpendicular a la charnela P'.

2º- Con centro en h' (intersección de las dos trazas del plano sobre la LT) y radio h'h trazamos un arco que corta a la dirección de afinidad en (h) y que determina la traza abatida del plano sobre PV de proyección.



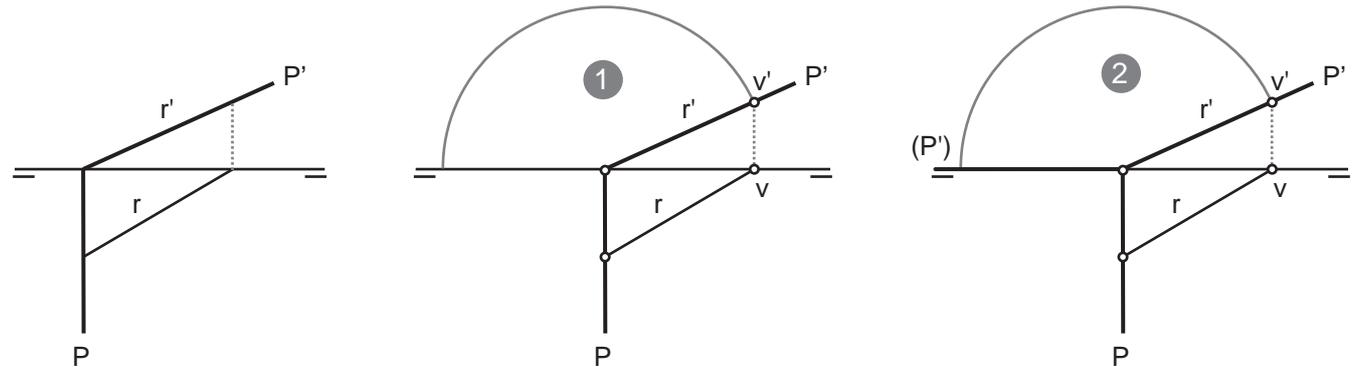
## Abatimiento de planos proyectantes horizontales sobre el PH y el PV



Si nos fijamos el aspecto de los planos abatidos junto con los planos sin abatir es el mismo que el de los dos casos anteriores pero simétricamente respecto de la línea de tierra.

- En todos los casos, al ser la dirección de afinidad perpendicular a la charnela el plano proyectante abatido siempre muestra sus trazas formando ángulos rectos.

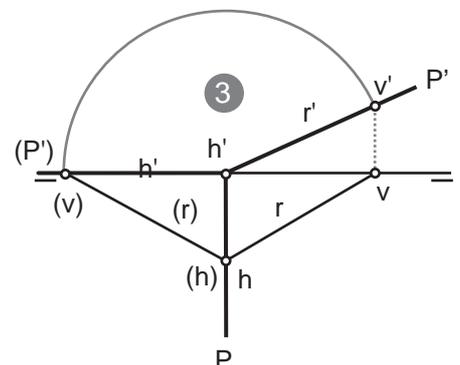
## Abatimiento de una recta oblicua contenida en un plano proyectante



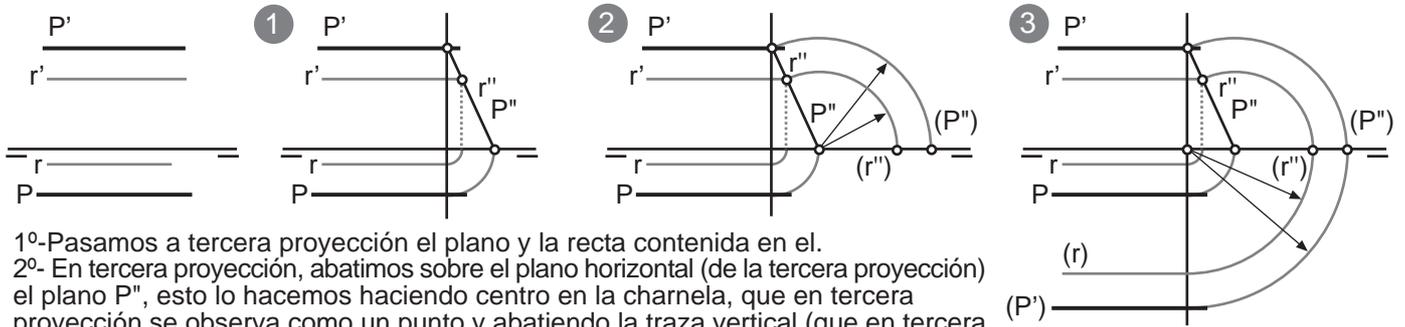
1º- Abatiremos sobre el PH de proyección, por ello tomamos la traza vertical de la recta como base del abatimiento. La dirección de afinidad es perpendicular a P (traza horizontal del plano y charnela) y se superpone a la LT. Con centro en la intersección de ambas trazas del plano sobre la LT abatimos sobre la dirección de afinidad la distancia hasta v'.

2º- En el corte de la dirección de afinidad con el arco trazado encontramos la traza vertical de la recta abatida y por lo tanto uniéndola con la intersección de ambas trazas (vertical y horizontal) del plano sobre la LT obtenemos la traza vertical del plano abatida.

3º- Unimos (v'), traza vertical de la recta abatida con (h) que permanece en la misma posición que la proyección horizontal de la traza horizontal de la recta al pertenecer esta a la charnela.



## Abatimiento de un plano paralelo a la LT que contiene una recta también paralela a la LT sobre el PH de proyección



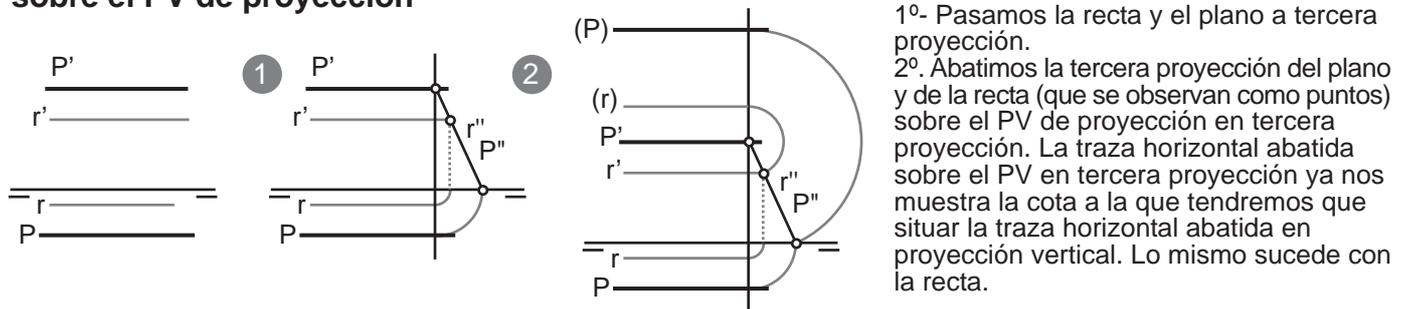
1º-Pasamos a tercera proyección el plano y la recta contenida en el.

2º- En tercera proyección, abatimos sobre el plano horizontal (de la tercera proyección) el plano  $P''$ , esto lo hacemos haciendo centro en la charnela, que en tercera proyección se observa como un punto y abatiendo la traza vertical (que en tercera proyección también se observa como un punto). Igualmente abatimos la recta sobre el PH de proyección en tercera proyección (que está sobre la línea de tierra).

3º- Ahora debemos devolver la traza vertical y la recta abatidas en tercera proyección al plano horizontal de proyección. Para ello hacemos centro en la intersección entre la línea de tierra y el plano de perfil auxiliar empleado para la tercera proyección con radios hasta la traza vertical del plano y la recta (que se observan como puntos) en tercera proyección girar las distancias hasta el plano de perfil que mostrará los alejamientos de la traza vertical abatida y la recta.

Este proceso no suele cambiar y siempre muestra estos trazados característicos que recuerdan a una oreja.

## Abatimiento de un plano paralelo a la LT que contiene una recta también paralela a la LT sobre el PV de proyección



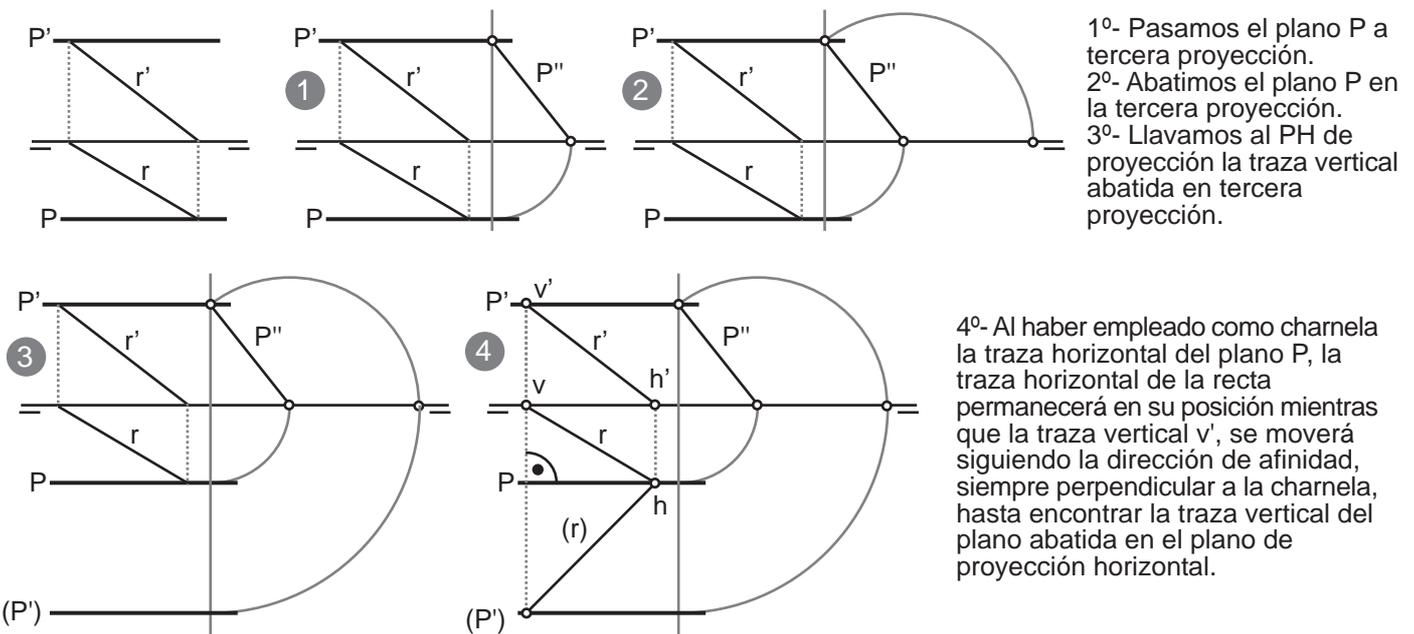
1º- Pasamos la recta y el plano a tercera proyección.

2º. Abatimos la tercera proyección del plano y de la recta (que se observan como puntos) sobre el PV de proyección en tercera proyección. La traza horizontal abatida sobre el PV en tercera proyección ya nos muestra la cota a la que tendremos que situar la traza horizontal abatida en proyección vertical. Lo mismo sucede con la recta.

Abatir un plano paralelo a la LT sobre el plano vertical es algo menos costoso y con menos trazados auxiliares que abatirlo sobre el PH de proyección, sin embargo es mucho más inusual.

## Mostrar la verdadera magnitud entre sus dos trazas de una recta cualquiera contenida en un plano paralelo a LT

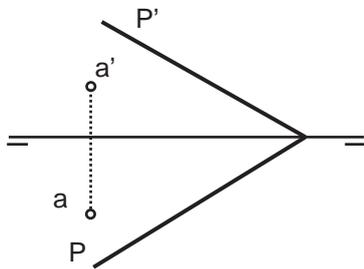
En este caso no tiene sentido pasar la recta a tercera proyección, pero para abatir el plano aun necesitaremos pasarlo a la tercera proyección. haremos el abatimiento sobre el PH de proyección, pues como hemos dicho es lo más frecuente y extendido, a pesar de poderlo hacer también del mismo modo sobre el PV de proyección.



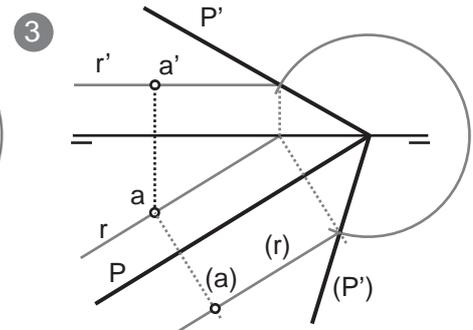
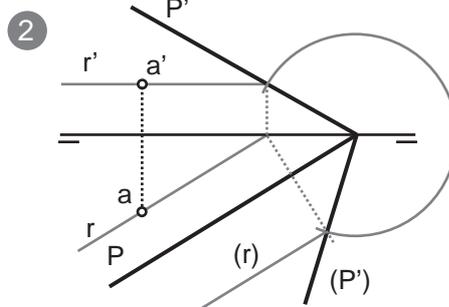
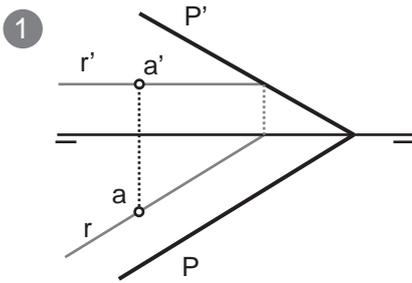
1º- Pasamos el plano  $P$  a tercera proyección.  
2º- Abatimos el plano  $P$  en la tercera proyección.  
3º- Llamamos al PH de proyección la traza vertical abatida en tercera proyección.

4º- Al haber empleado como charnela la traza horizontal del plano  $P$ , la traza horizontal de la recta permanecerá en su posición mientras que la traza vertical  $v'$ , se moverá siguiendo la dirección de afinidad, siempre perpendicular a la charnela, hasta encontrar la traza vertical del plano abatida en el plano de proyección horizontal.

## Abatimiento de un punto contenido en un plano sobre el PH de proyección



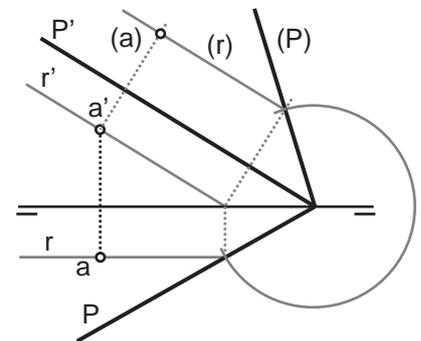
- 1º- Contenemos el punto en una recta horizontal perteneciente al plano.
- 2º- Abatimos la traza del plano empleando  $vv'$  de la recta horizontal para así también trazar la recta abatida.
- 3º- Trazamos una paralela a la dirección de afinidad (perpendicular a P) desde a (proyección horizontal de A), hasta cortarse con (r), en dicha intersección se encuentra A abatido, (a).



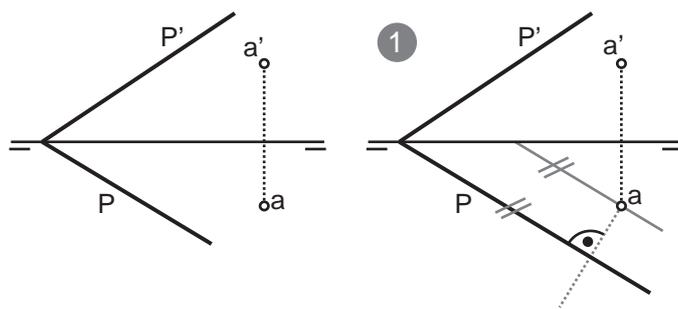
## Abatimiento de un punto contenido en un plano sobre el PV de proyección

El procedimiento es el mismo. La única diferencia es que esta vez habrá que contener el punto en una recta frontal perteneciente al plano. De esta manera emplearemos las proyecciones  $hh'$  para realizar el abatimiento de la traza horizontal del plano sobre el PV de proyección.

En este caso la dirección de afinidad será una perpendicular a la traza vertical del plano que ejerce de charnela o eje de giro.



## Abatimiento de un punto contenido en un plano sobre el PH de proyección sin abatir el plano



- 1º- Por la proyección horizontal del punto a abatir trazamos una paralela y una perpendicular a la traza horizontal del plano que ejercerá como charnela.

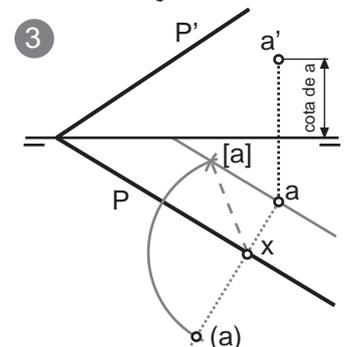
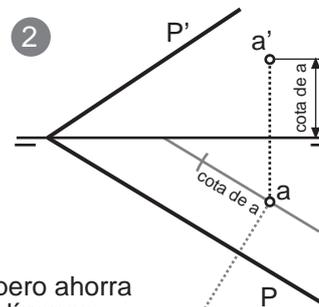
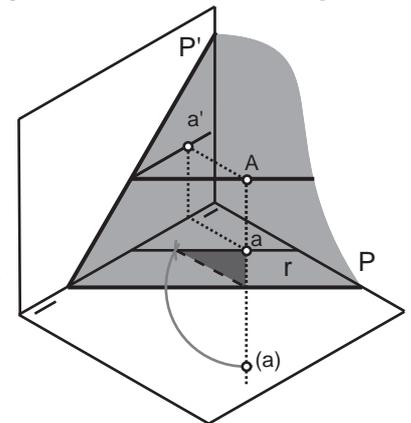
La perpendicular representa la dirección de afinidad, siempre perpendicular al eje de giro.

- 2º- Tomamos la cota de a de la proyección vertical (distancia desde LT hasta  $a'$ ) y la llevamos sobre la paralela a la charnela.

- 3º- Trazamos el segmento que representa la pendiente del plano abatido X-A. Con centro en x y radio  $x-[a]$  trazamos un arco que corta a la dirección de afinidad en (a), que es A abatido sobre el PH.

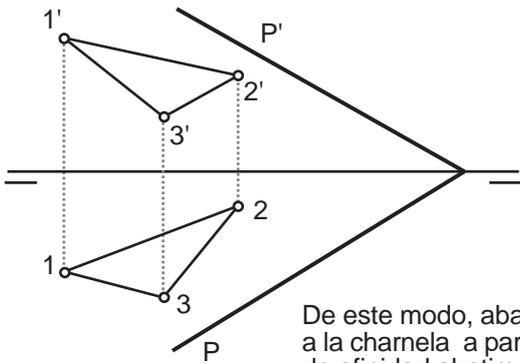
De este modo hemos abatido el punto sobre el PH sin hacer uso de la traza vertical del plano.

Este procedimiento es quizás de más difícil comprensión, pero ahorra bastantes trazados y simplifica mucho el abatimiento de polígonos contenidos en planos si a partir de este abatimiento empleamos la afinidad para obtener el polígono abatido sobre PH en verdadera magnitud y forma.



Este problema podría venirnos dado con uno de los elementos del enunciado omitido. Por ejemplo podrían omitir una de las dos proyecciones del polígono en cuyo caso tendríamos que hacer pasar rectas contenidas en el plano por los vértices de la proyección dada para hallar la otra proyección. También podrían omitir una de las dos trazas del plano en cuyo caso tendríamos que hacer lo mismo, con rectas frontales u horizontales (según la traza omitida) para hacer la traza paralela a estas. Pero vamos a abordarlo con ambas trazas del plano y ambas proyecciones.

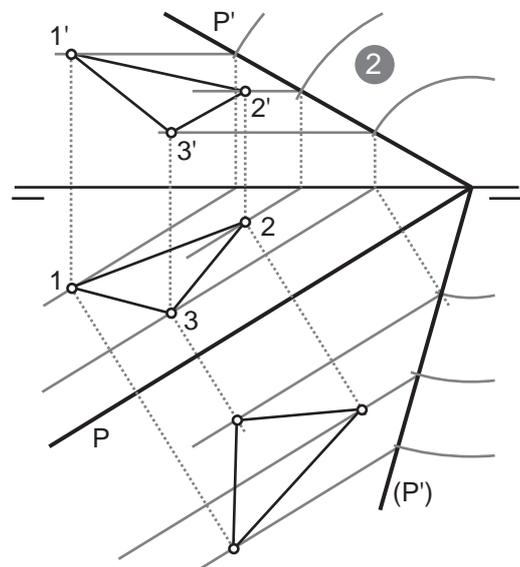
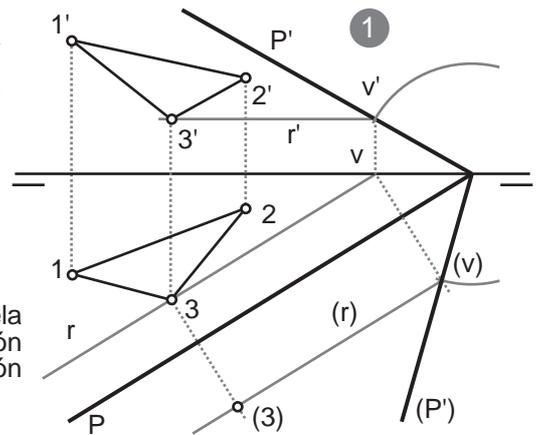
### Abatimiento sobre el PH de proyección de un polígono contenido en un plano oblicuo



1º- Contenemos uno de los puntos en una recta horizontal, R, contenida en el plano.

Empleamos la traza vertical de la recta para abatir la traza vertical del plano sobre el PH de proyección.

De este modo, abatimos también la recta (paralela a la charnela a partir de (v) y siguiendo la dirección de afinidad abatimos el punto desde su proyección horizontal hasta la recta abatida.



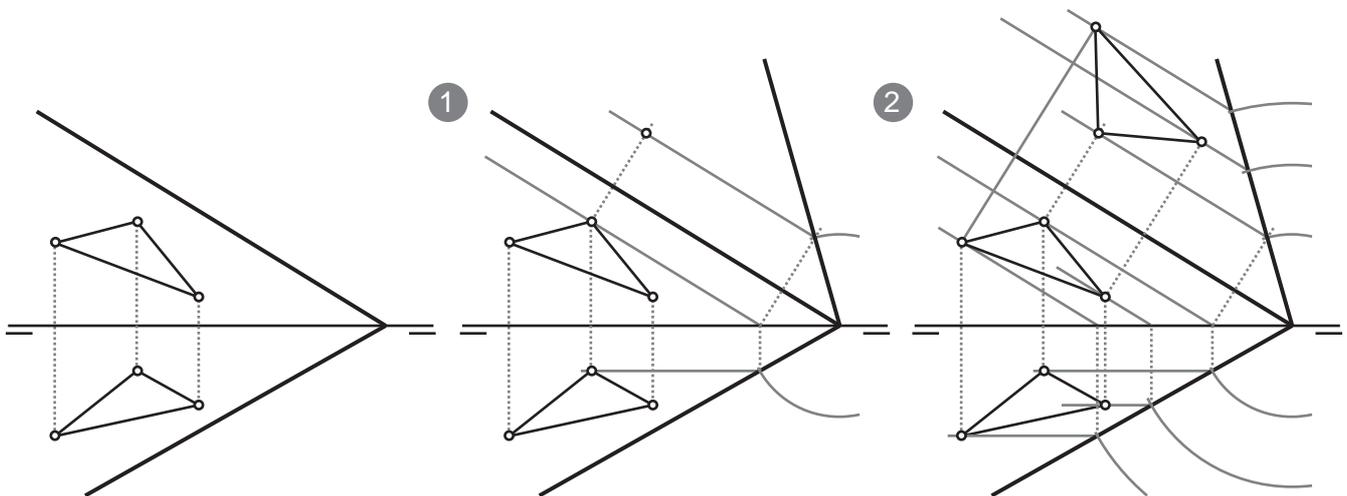
A partir de aquí se trata de repetir la misma operación con cada uno de los vértices:

3º- Contener en rectas horizontales ( frontales ssi abatieramos sobre el PV de proyección) Para abatirlas y sobre ellas abatir los puntos que las contienen.

En la ilustración de la izquierda se observa, a partir de las trazas verticales de las rectas que contienen a los puntos, tanto las direcciones de afinidad como los arcos que van a parar a la traza abatida. Y realmente ambos dos elementos no son necesarios para abatir las rectas, ya que en este paso ya tendríamos la traza vertical del plano abatida (P') y solo con el arco o con la dirección de afinidad ya podemos encontrar las trazas verticales de las rectas abatidas.

La dirección de afinidad desde las proyecciones horizontales de los puntos a abatir es siempre ineludible.

### Abatimiento de un polígono contenido en un plano sobre el PV de proyección

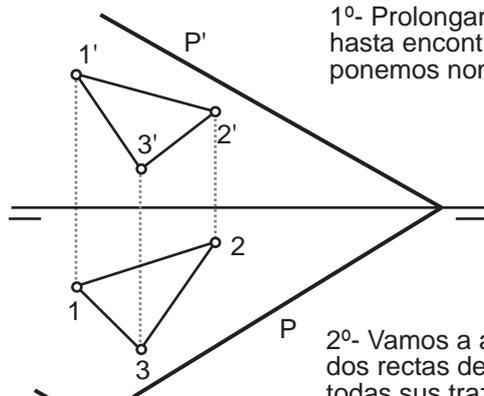


Sobre estas líneas observamos el abatimiento realizado sobre el PV de proyección. En este caso hemos pasado por los vértices del polígono rectas frontales.

Vamos a resolver el mismo problema (abatimiento sobre el PH de proyección de un polígono contenido en un plano) pero esta vez simplemente prolongaremos los segmentos que componen el polígono para hallar sus trazas, sobre las trazas del plano y a partir de ahí abatir las rectas:

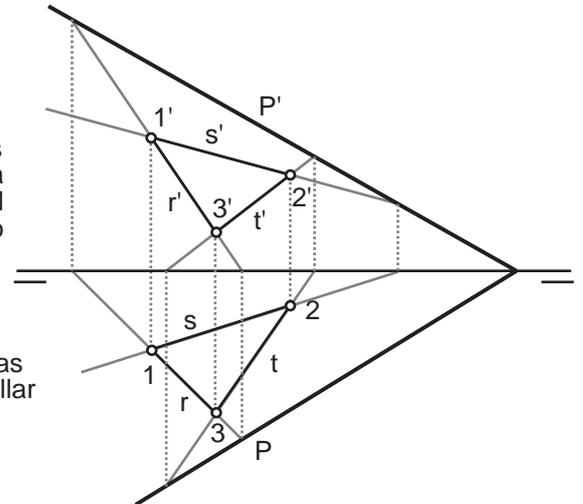
### Abatimiento sobre el PH de proyección de un polígono contenido en un plano oblicuo

En esta ocasión vamos a intentar hallar las trazas de las rectas, sobre las trazas del plano que contienen a los lados del polígono

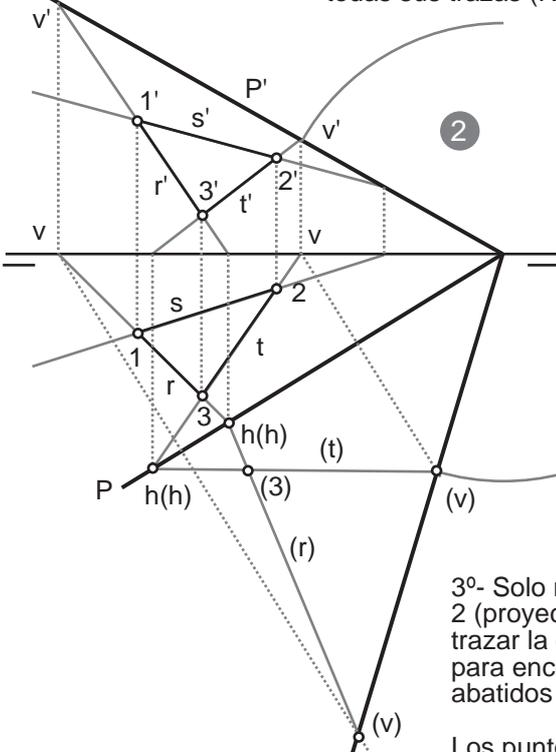


1º- Prolongamos los lados del triángulo hasta encontrar las trazas de las rectas, ponemos nombre a las rectas.

Bien, parece que lo hemos conseguido, excepto con la recta S cuya traza horizontal parece caer en el segundo cuadrante.



2º- Vamos a abatir la traza del plano con las dos rectas de las cuales hemos podido hallar todas sus trazas (R y T)



Hemos abatido la traza vertical del plano, haciendo uso de la dirección de afinidad (perpendicular a la charnela) y de la verdadera magnitud que hay entre la intersección de las trazas vertical y horizontal del plano y la  $v'$  de la recta T.

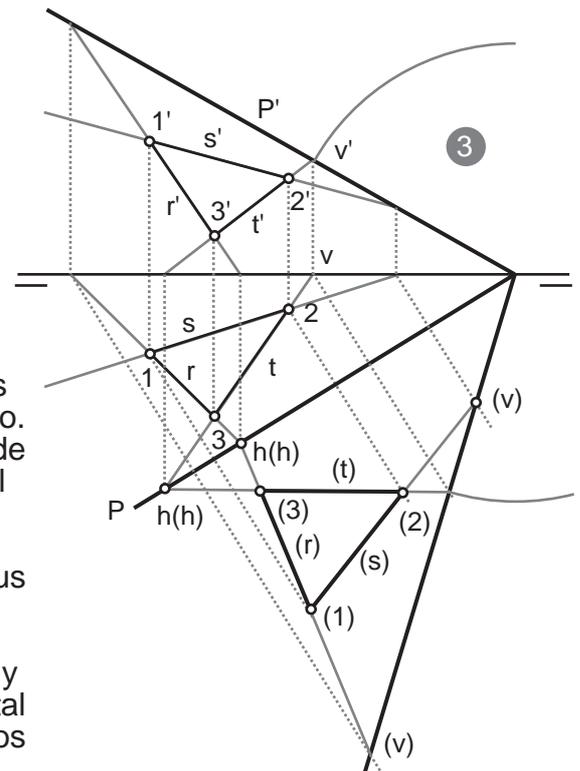
Así hemos obtenido ( $P'$ ) y ( $v'$ ) de T. y por lo tanto, desde  $h(h)$  hasta ( $v'$ ) la recta T abatida ( $t$ )

Siguiendo la dirección de afinidad podemos encontrar, sobre ( $P'$ ) la ( $v$ ) de la recta R. y desde  $h(h)$  de R hasta ( $v$ ) de R trazar ( $r$ ).

En la intersección de ( $t$ ) y ( $r$ ) se encuentra (3) abatido, para el cual no ha sido ni siquiera necesario trazar la dirección de afinidad.

3º- Solo nos queda desde 1 y 2 (proyecciones horizontales) trazar la dirección de afinidad para encontrar los puntos abatidos sobre ( $r$ ) y ( $t$ )

Los puntos (1) y (2) determinarán la recta ( $s$ ).

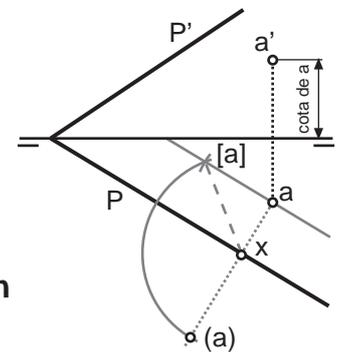


Así pues hemos empleado uno de los posibles métodos en diédrico para abatir un polígono contenido en un plano. La intención que tenemos con este procedimiento es la de mostrar la Afinidad existente entre el triángulo 1-2-3 y el triángulo abatido (1)-(2)-(3).

Entran dentro de la misma afinidad las rectas r-s-t con sus afines (r)-(s)-(t).

Siendo la dirección de afinidad perpendicular a la traza y el eje de afinidad la charnela, eje de giro o traza horizontal del plano. En este eje de afinidad se encuentran los puntos dobles de las rectas afines  $h(h)$ .

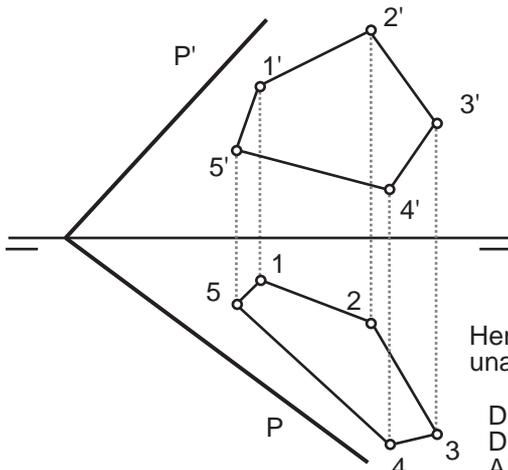
Utilizando la afinidad podemos abatir un polígono contenido en un plano sin siquiera abatir su traza vertical sobre el PH de proyección (también se podría hacer sobre PV). para ello debemos abatir un primer punto siguiendo el método de abatimiento de un punto contenido en un plano sin abatir su traza (derecha). A partir de ahí emplearemos las propiedades de la afinidad para abatir el polígono y observarlo en verdadera magnitud y forma.



### Abatimiento sobre el PH de proyección de un polígono contenido en un plano oblicuo, POR AFINIDAD (sin abatir el plano)

Vamos a abatir un pentágono apoyado en un plano, este polígono tiene un número considerable de vértices, pero por afinidad es realmente sencillo, empleando los puntos dobles.

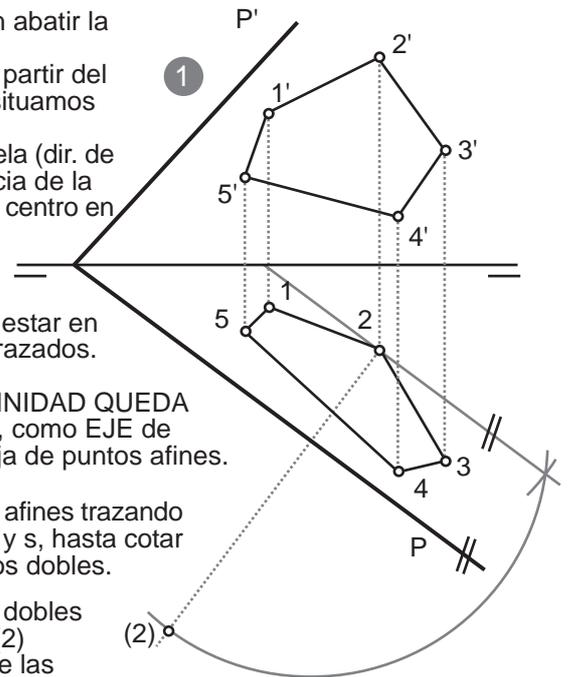
"Una afinidad queda definida con dos puntos afines (que definen la dirección de afinidad) y el eje de afinidad"



1º- Abatimos un punto sin abatir la traza.  
-paralela a la charnela, a partir del punto, sobre la paralela situamos su cota.  
-Perpendicular a la charnela (dir. de afinidad) y girar la distancia de la cota sobre la paralela con centro en la intersección charnela - perpendicular (dir. afinidad)

Hemos abatido el punto 2 por estar en una zona más despejada de trazados.

Desde este momento LA AFINIDAD QUEDA DEFINIDA con la charnela P, como EJE de AFINIDAD y 2(2) como pareja de puntos afines.



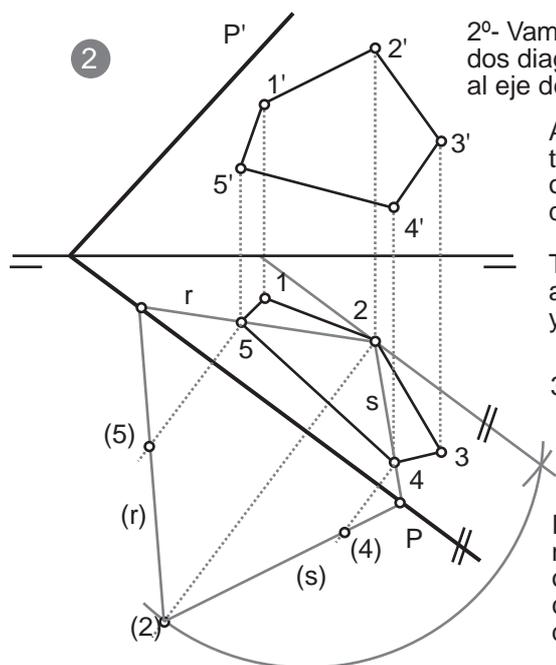
2º- Vamos a hallar dos vértices afines trazando dos diagonales del polígono, r y s, hasta cotar al eje de afinidad en dos puntos dobles.

A partir de esos puntos dobles trazamos rectas hasta (2) obteniendo las afines de las diagonales (r) y (s).

Trazando las direcciones de afinidad obtenemos (4) sobre (s) y (5) sobre (r)

3º- Repetimos la operación:

Esta vez trazamos la diagonal n y desde us punto doble obtenemos, pasando por cuatro (n) que con la dirección de afinidad desde 1 nos da (1).



Prolongando el lado 4-3, m, obtenemos un punto doble desde el que trazamos (m) pasando por (4). con la dirección de afinidad pasando por 3 obtenemos sobre (m) el último punto buscado (3).

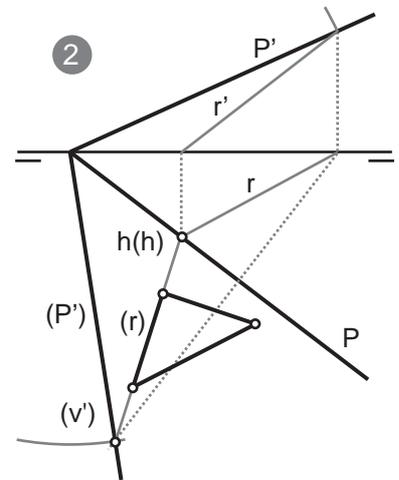
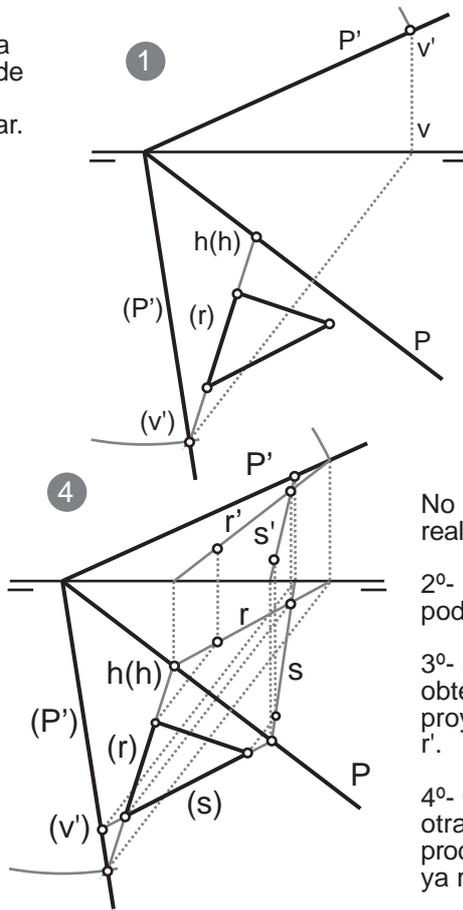
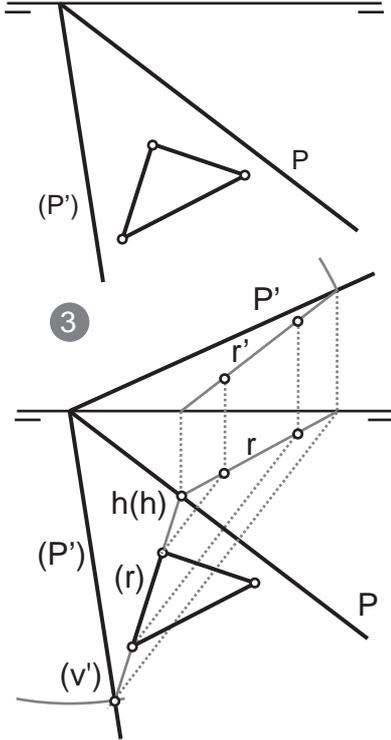
En esta afinidad solo hemos obtenido DIRECTAMENTE un lado afín, los demás vértices los hemos obtenido a partir de diagonales afines, lo cual llena un poco más el ejercicio de trazados auxiliares.

Esto dependerá de la disposición de los lados respecto al eje de afinidad. Si los puntos dobles de las prolongaciones de los lados caen dentro del espacio gráfico, los trazados auxiliares se reducen sorprendentemente.

Algunas veces los problemas de abatimientos se formulan a la inversa. La mecánica es siempre la misma y la afinidad es siempre una gran herramienta que podemos emplear cuando nos convenga. Sin embargo, así como no nos resulta agradable ni sencillo recitar el abecedario a la inversa, con estos problemas nos puede suceder, en menor medida, de forma similar, por lo que conviene que echemos un ojo a un par de casos.

**Mostrar las proyecciones del triángulo abatido sobre el PH, dadas la traza horizontal**

1-Prolongamos uno de los lados del triángulo (r), para obtener (v) sobre la traza vertical abatida. Aplicamos desde (v) la dirección de afinidad hasta LT, donde estará v. Subimos perpendicular. Girando (v) hasta PV obtenemos v'



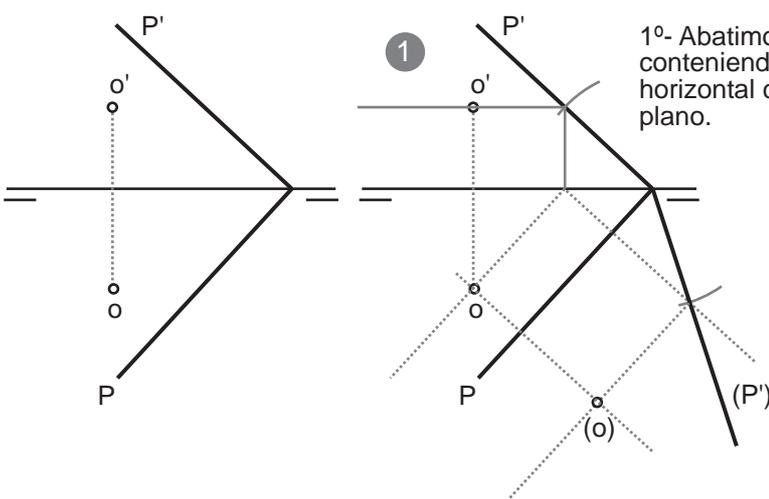
No hemos hecho en el primer paso más que realizar a la inversa el método de abatimiento.

2º- Desde h(h) hasta v podemos trazar r y podemos encontrar sobre la LT h' y trazar r'.

3º- Siguiendo la dirección de afinidad obtendremos los dos puntos sobre r en proyección horizontal que luego subiremos a r'.

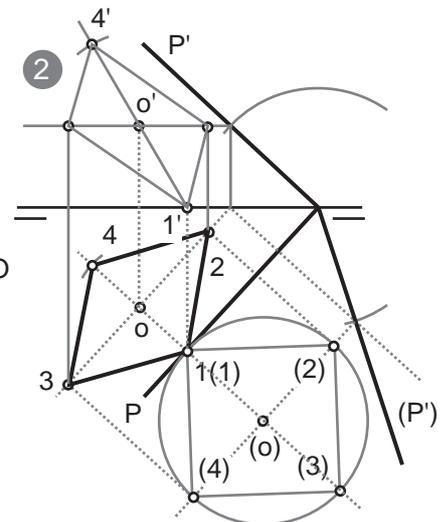
4º- Conectamos otro lado del triángulo en otra recta abatida (s) y realizamos el mismo proceso, esta vez con la traza del plano vertical ya representada.

**Dadas las trazas de un plano oblicuo y un punto O, centro geométrico del cuadrado, trazar el cuadrado con un vértice sobre la traza horizontal del plano y que tiene una diagonal perpendicular a dicha traza.**



1º- Abatimos el plano, conteniendo O en una recta horizontal contenida en el plano.

2º- A partir de O trazamos el cuadrado y a continuación lo llevamos a proyecciones horizontal y vertical.



Resulta interesante recalcar que en sistema diédrico aunque las formas se ven alteradas en sus proyecciones, las proporciones de los segmentos no cambian, por lo que las diagonales tanto en proyecciones como en verdadera magnitud y forma siempre se cortan en su punto medio (en este caso O). Este hecho nos puede ayudar a encontrar algunos vértices en proyecciones. También el paralelismo se mantiene, lo cual también puede ser de gran utilidad para determinar algunos vértices a partir de otros.

Nosotros para la resolución de este problema, el punto 4-4' lo hemos determinado trazando su diagonal y copiando la medida desde O hasta el vertice opuesto al otro lado de O.