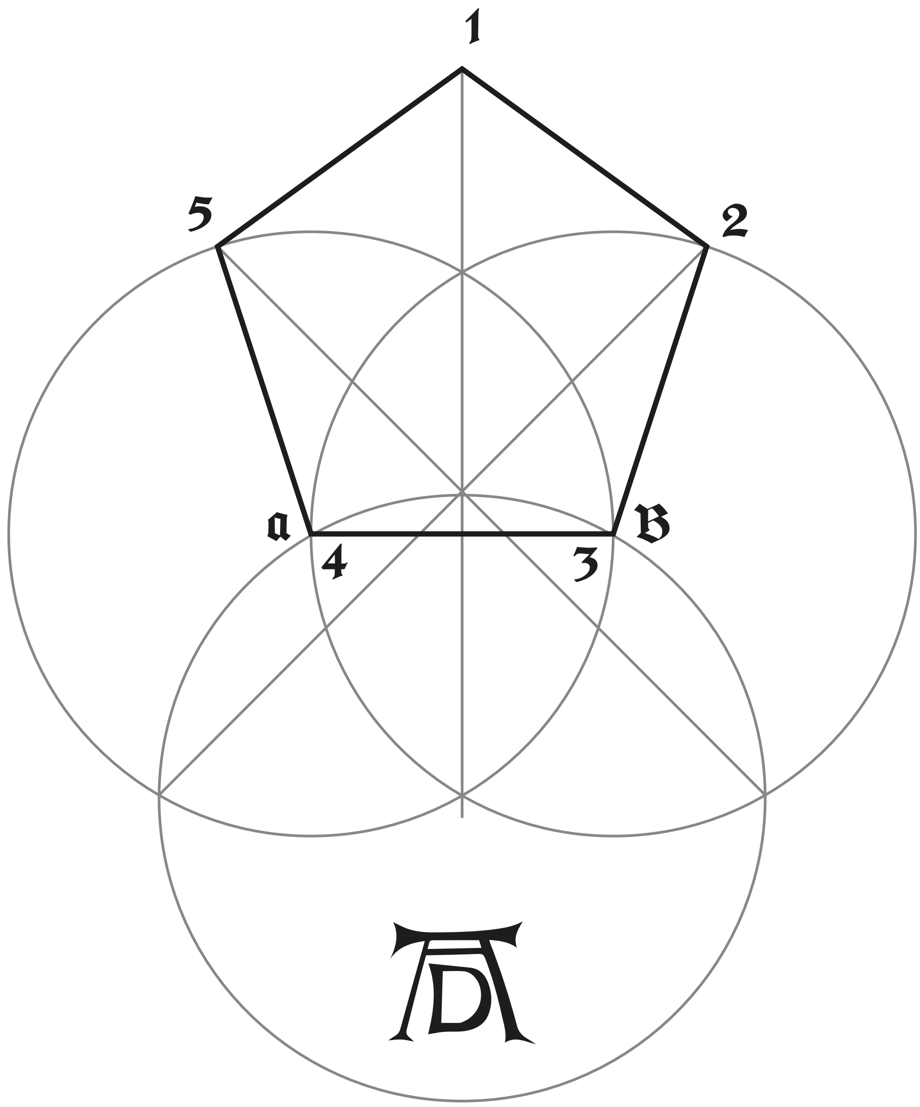
2- POLÍGONOS

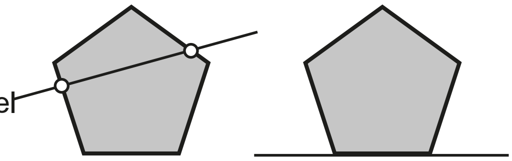


LOS POLÍGONOS

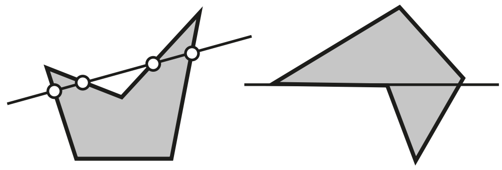
Un polígono es la porción de plano encerrada por varios segmentos llamados lados. El término "polígono" procede del griego antiguo y significa "muchos" (poli) ángulos (gono).

CLASIFICACIONES

Polígono convexo: Es aquel polígono que al ser atravesado por una recta únicamente tiene o puede tener un punto de intersección de entrada y otro de salida. Un polígono es convexo si al apoyarse en uno de sus lados sobre una recta el polígono queda en su totalidad a un lado de esta.



Polígono cóncavo: Es aquel que al ser atravesado por una recta tiene mas de un punto intersección de entrada y salida en la trayectoria de la recta. También es cóncavo cuando es posible apoyar el poligóno sobre alguno de sus lados en una recta quedando parte a un lado de esta y parte al otro.



Equiángulo: Un polígono es equiángulo cuando tiene todos sus ángulos iguales.
Equilátero: Un polígono es equilátero cuando todos sus lados son iguales.
Regular: Un polígono es regular cuando todos sus lados y ángulos son iguales.
Irregular: Es el polígono que tiene lados y ángulos desiguales

LOS NOMBRES DE LOS POLÍGONOS SEGÚN SUS LADOS

3	Triángulo	12	Dodecágono
4	Cuadrilátero	13	Triskaidecágono
5	Pentágono	14	Tetradecágono
6	Hexágono	15	Pentadecágono
7	Heptágono	16	Hexadecágono
8	Octógono	17	Heptadecágono
9	Eneágono	18	Octodecágono
10	Decágono	19	Eneadecágono
11	Ondecágono		

DECENAS		Y	UNIDADES				OTROS
20	Icosa-		1	-hená- / -monó-		100	Hectógono / Hectágono
30	Triaconta-		2	-dí-			
40	Tetraconta-		3	-trí-		1000	Kiliágono
50	Pentaconta-		4	-tetrá-		10000	Miriágono
60	Hexaconta-	kay	5	-pentá-	-gono		
70	Heptaconta-		6	-hexá-			
80	Octaconta-		7	-heptá-			
90	Eneaconta-		8	-octá-			
			9	-eneá-			

PARTES DE UN POLÍGONO

LADO: Cada uno de los segmentos que componen el polígono.

VÉRTICE: Es el punto en el que se unen dos lados consecutivos.

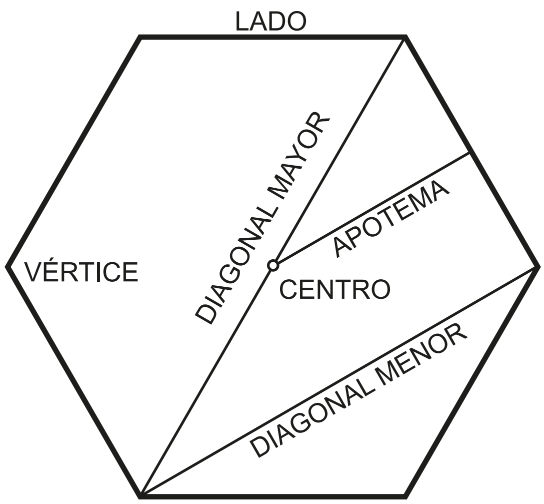
DIAGONAL: Segmento que une dos vértices no consecutivos. Algunos polígonos tienen diagonal mayor y diagonal menor.

PERÍMETRO: Es la suma de todos los lados.

En un polígono regular además encontramos:

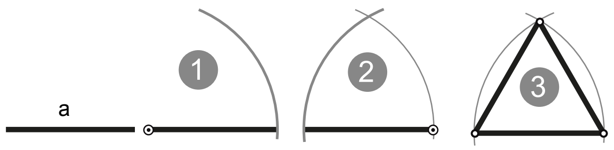
CENTRO: Es el punto equidistante de todos los vértices y lados. En el se encuentra el centro de las circunferencias inscrita y circunscrita.

APOTEMA: Es el segmento que une el centro del polígono con el punto medio de los lados perpendicularmente.



Dado el lado a, construcción de polígonos regulares:

Triángulo equilátero



1º- Con centro en un extremo del lado dado trazar un arco de igual radio al lado.

2º- Con centro en el otro extremo repetir la operación.

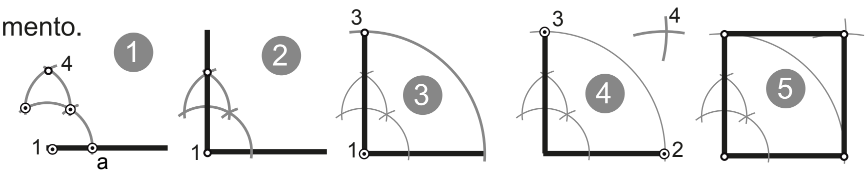
3º- El punto donde se cortan ambos arcos es el tercer vértice del triángulo. Unir este con los extremos del segmento.

Cuadrado

1º- Perpendicular por un extremo de un segmento.

2º- Se une el punto 4 con el vértice 1.

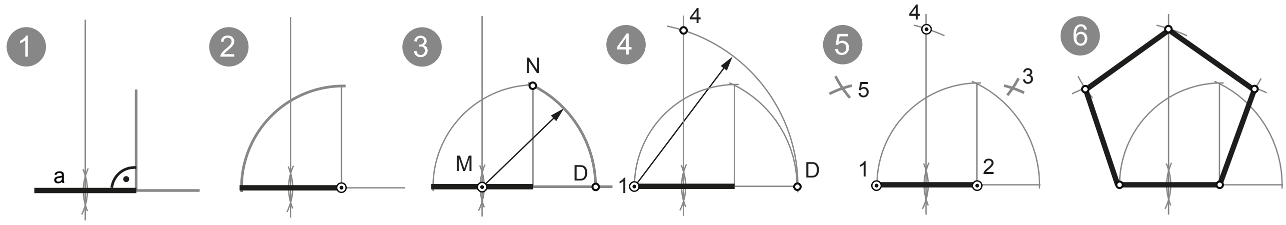
3º- Con radio igual al lado y centro en el vértice 1 trazamos un arco que nos da el vértice 3 sobre la perpendicular trazada.



4º- Con radio igual al lado dado trazamos dos arcos con centros en 3 y 2 obteniendo el 4º vértice.

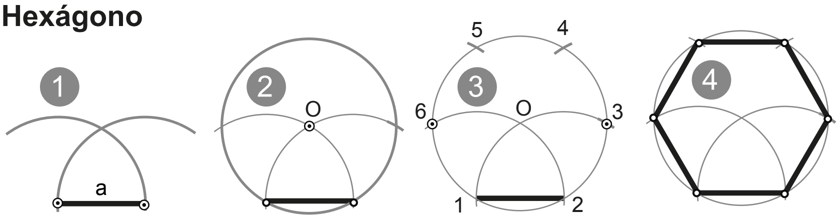
5º- Se unen los vértices 3 y 2 con 4.

Pentágono



1º- Se traza la mediatriz del lado. Por el extremo derecho se levanta una perpendicular y se prolonga el lado.
2º- Con centro en el extremo derecho y radio igual al lado trazamos un arco que corta a la perpendicular levantada.
3º- Con centro en el punto medio del lado, M, y radio MN trazamos un arco que corta a la prolongación del lado en D.
4º- Con centro en el vértice 1, con radio 1D trazamos un arco que corta a la mediatriz en el punto 4.
5º- Con radio igual al lado dado trazamos arcos con centros en1, 2 y 4 para obtener los vértices 3 y 5.
6º- Unimos los 5 vértices para obtener el pentágono.

Hexágono



1º- Con radio igual al lado dado se trazan dos arcos para obtener O.

2º- Con centro en O y radio hasta un extremo del lado dado trazamos una circunferencia.

3º Con centros en 3 y 6, con radio igual al lado dado, trazamos dos arcos que cortan a la circunferencia en los puntos 4 y 5.

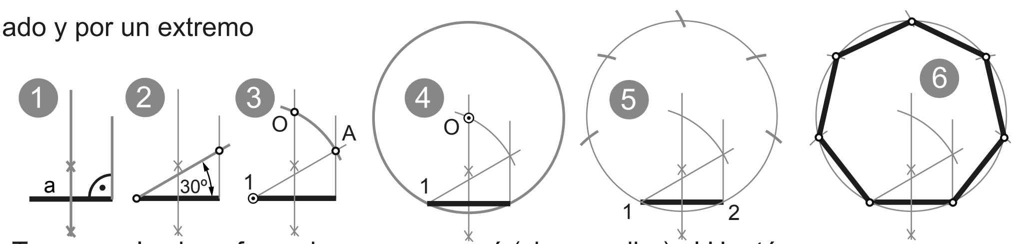
4º Unimos los 6 puntos.

Heptágono

1º- Trazamos la mediatriz del .lado y por un extremo levantamos una perpendicular.

2º- Por el otro extremo trazamos una recta a 30º.

3º- Desde el punto 1 con radio 1A trazamos un arco que corta a la mediatriz en el punto O.



4º- Con centro en O y radio O1 Trazamos la circunferencia que encerrará (circunscribe) al Heptágono.

5º- Tomamos el radio igual al lado dado y desde 1 y 2 trazamos arcos que nos daran los vértices 3,4,5,6 y 7.

6º- Unimos los 7 puntos.

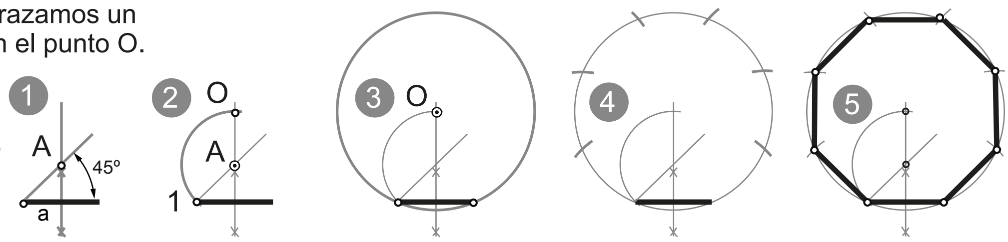
Octógono

1º- Se traza la mediatriz del lado dado y por un extremo trazamos una recta a 45º para obtener A.

2º Con centro en A y radio A1 trazamos un arco que corta a la mediatriz en el punto O.

3º Con centro en O y radio O1 trazamos una circunferencia.

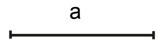
4º Tomando como radio el lado dado trazamos arcos sobre la circunferencia que nos darán los 6 vértices restantes

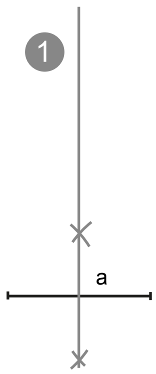


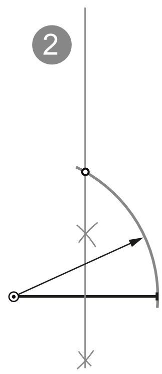
5º Unimos los 6 puntos con el segmento.

L7

Construcción de un polígono regulares de n (9) lados dado su lado:



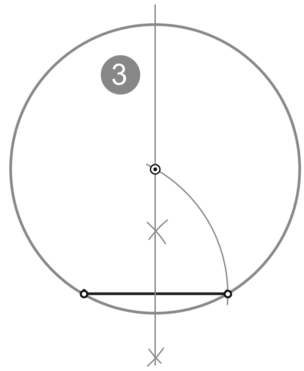




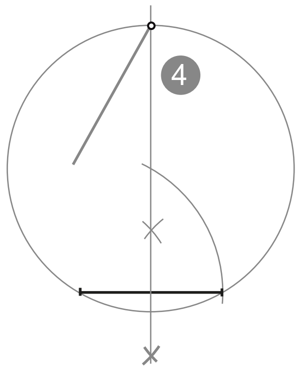
1º- Trazamos la mediatriz del segmento.

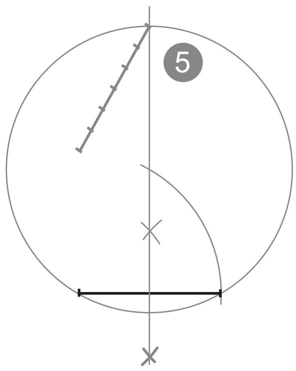
2º- Con centro en un extremo del segmento y con radio igual a este trazamos un arco que corta a la mediatriz.

3º- Con centro en el punto de intersección del arco con la mediatriz y con radio hasta uno de los extremos del segmento dado y trazamos una circunferencia que debe pasar por ambos extremos del segmento y cortar a la mediatriz trazada.



Nos aseguraremos de que la mediatriz corte a la circunferencia por la parte superior. De este modo la mediatriz ahora es un diámetro de la circunferencia. A continuación dividiremos el radio superior de este diámetro en seis partes iguales mediante Thales de Mileto.

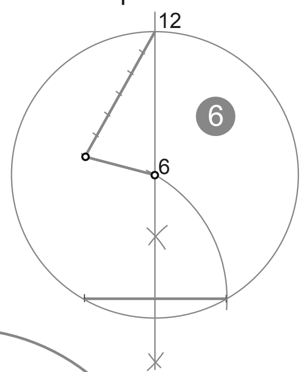


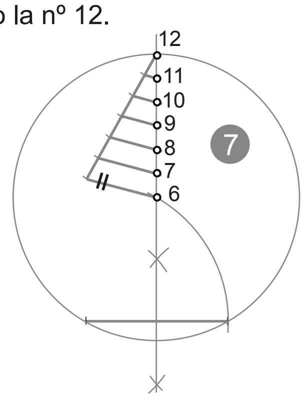


4º- Trazamos un segmento auxiliar desde el extremo superior del diámetro de la circunferencia trazada.

5º- Partiendo del extremo del diámetro dividimos el segmento auxiliar en seis partes iguales.

6º- Unimos el último extremo del segmento auxiliar con el centro de la circunferencia que será la particiónº 6, siendo el extremo superior del diámetro la nº 12.

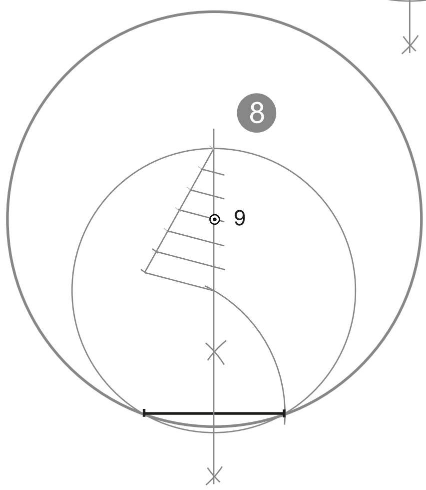




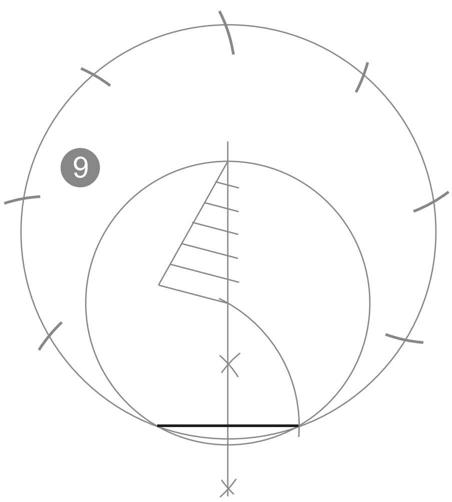
7º- Trazamos paralelas por las marcas hechas sobre el segmento auxiliar obteniendo así las 6 divisiones buscadas.

En este caso buscamos un eneágono. Por ello haremos centro de compás en la división nº 9.

Si buscáramos un polígono de un número distinto de lados haríamos centro en la división del radio de igual número.

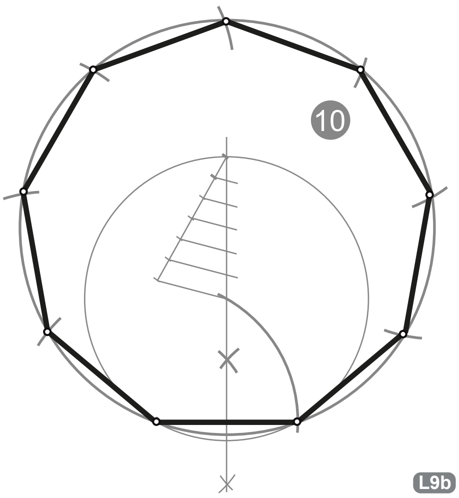


8º- Con centro en la división correspondiente con el número de lados que buscamos y radio hasta uno de los extremos del segmento dado en el enunciado trazamos una circunferencia. La circunferencia debe pasar también por el otro extremo del segmento.



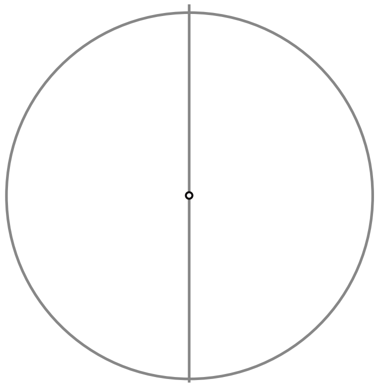
9º- Con ayuda del compás repetimos la medida del segmento dado en el enunciado sobre la circunferencia.

10º- Finalmente podemos trazar el poligono de nueve lados que pide el enunciado.



L9b

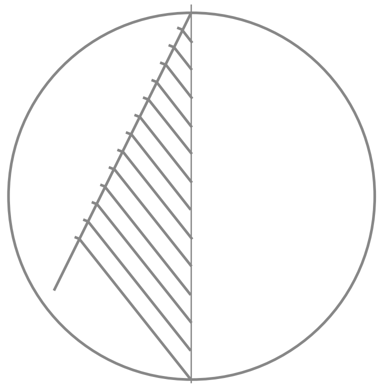
Dado el radio de circunferencia a: construir un polígono regular de n (13) lados:

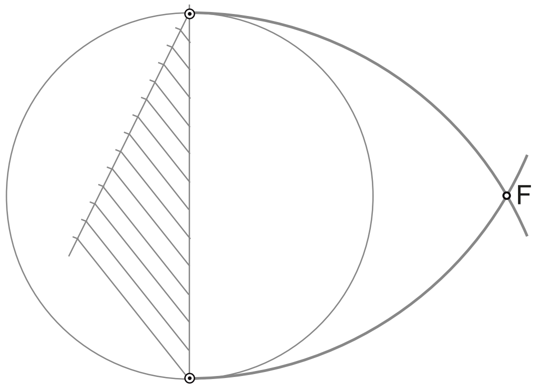


1º- Trazamos a la circunferencia un diámetro vertical.

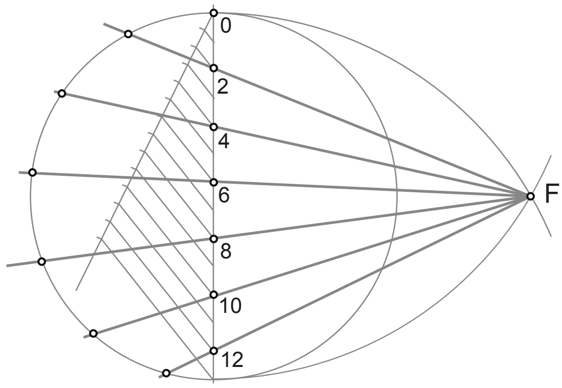
2º- Dividimos el diámetro (Thales de Mileto) en tantas partes como lados queremos que tenga el polígono.

3º- Con radio igual al diámetro de la circunferencia y centros en los extremos de esta trazamos dos arcos que se cortan en un foco, F.

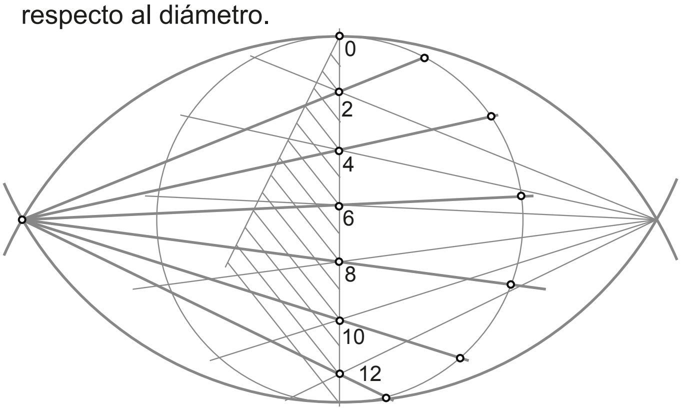


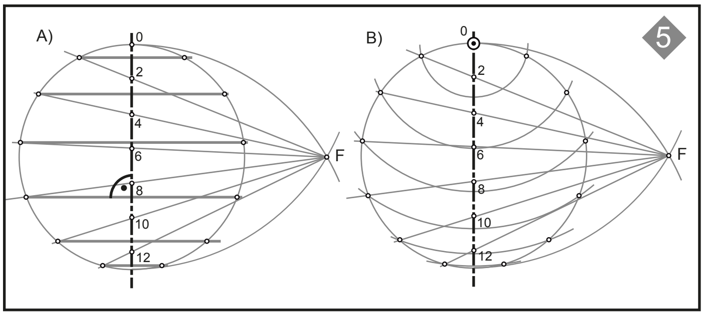


4º- Partiendo del foco **trazamos semirectas que pasen por las divisiones pares**. En los puntos de intersección de salida de las semirectas con la circunferencia obtendremos la mitad de los vértices de la solución. El **punto 0 del diámetro también lo incluimos**, aunque dada su situación no hemos necesitado trazar una recta puesto que este ya se encuentra sobre la circunferencia.

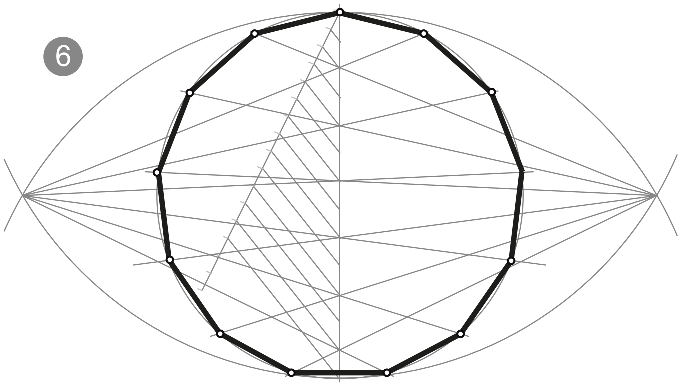


5º- Repetimos la última operación simétricamente respecto al diámetro.





En ocasiones podemos no disponer de todo el espacio gráfico necesario para determinar el segundo foco y reproducir el 5º paso simétricamente. Pero existen otras formas de determinar la otra mitad simétrica de los vértices sobre la circunferencia. A) trazando perpendiculares al diámetro B) con centro en uno de los extremos del diámetro y arcos con radio hasta los puntos obtenidos. (sobre estas líneas a la derecha en el recuadro las dos alternativas).



6º- Unimos todos los puntos obtenidos sobre la circunferencia, recordando contar con el punto 0 del diámetro.

L9a

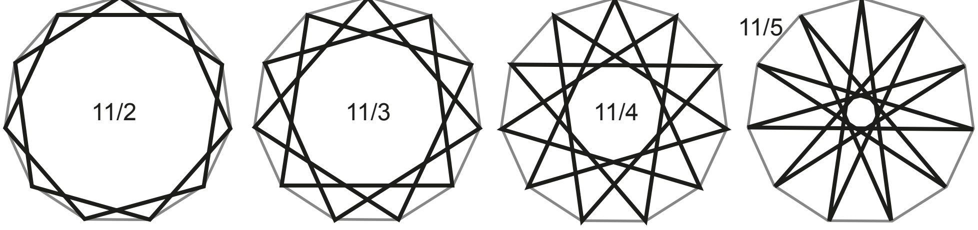
Los polígonos estrellados se obtienen uniendo de forma constante y no consecutiva los vértices de los polígonos regulares.

Según el número de vértices que tenga el polígono no estrellado podremos obtener ninguno, uno o varios polígonos estrellados:

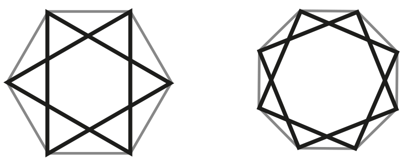
nº de vértices	nº de estrellas	forma de unir los vértices
5	1	2
6	0	-
7	2	2-3
8	1	3
9	2	2-4
10	2	3-4
11	4	2-3-4-5
12	1	5
13	5	2-3-4-5-6
14	4	3-4-5-6
15	4	2-4-6-7
...	...	...

Para ilustrar el cuadro de la izquierda tomamos el ejemplo del eneágono, del cual podemos obtener hasta cuatro estrellas dependiendo del número de vértices que saltemos.

Uniendo vértices saltando al segundo. Uniendo vértices saltando al tercero. Uniendo vértices saltando al cuarto. Uniendo vértices saltando al quinto.



Es posible construir tantos polígonos estrellados como números enteros hay, menores que su mitad (n/2) y primos con n.
Ejemplo: Eptágono (7 lados), su mitad es 3,5 y los números enteros menores de 3,5 primos son el 2 y el 3.
Entonces, para obtener un Eptágono estrellado podemos unir los vértices de dos formas: saltando 2 y saltando 3 vértices.



La estrella de David. Falso Octógono estrellado.

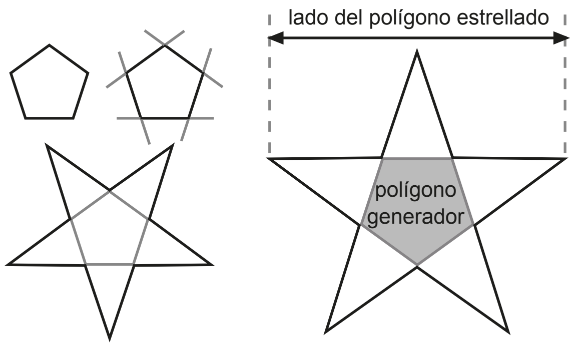
FALSAS ESTRELLAS

En algunos casos al unir los vértices de forma alterna podemos encontrarnos con que en realidad inscribimos otros polígonos convexos dentro del polígono inicial. En esos casos no obtendremos polígonos estrellados propiamente dichos sino **falsas estrellas**.

ESTRELLAR POLÍGONOS

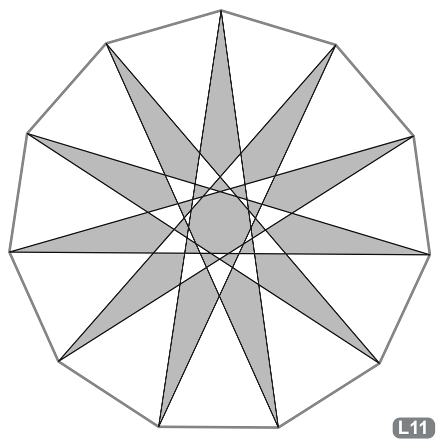
Estrellar un polígono consiste en prolongar sus lados para que se corten nuevamente entre sí, así se obtiene un nuevo polígono con forma de estrella.

Abajo a la izquierda podemos ver el proceso de estrellar un pentágono.



Para este polígono solo podemos estrellarlo una vez, pues el pentágono únicamente genera un polígono estrellado.

Al pentágono estrellado también se le llama generalmente PENTAGRAMA o pentáculo y es una figura muy significativa simbólicamente, sobre todo por contener la proporción divina oculta en sus medidas



Si estrellamos un polígono convexo observamos que la primera estrella que se genera es la que se produce al saltar el menor número de vértices. Si continuamos estrellándola conseguiremos la segunda estrella.

Y así sucesivamente podremos dibujar, unas dentro de otras, todas las estrellas posibles que dicho polígono nos ofrece. Lo mismo ocurre si inscribimos la estrella empezando por el máximo salto de vértices (procedimiento inverso).

L11