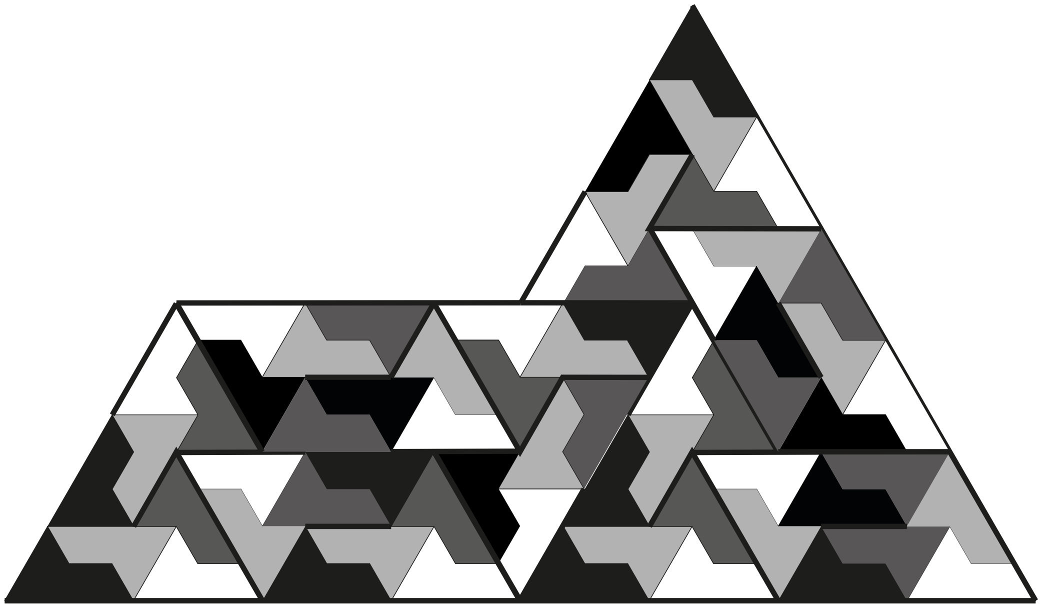
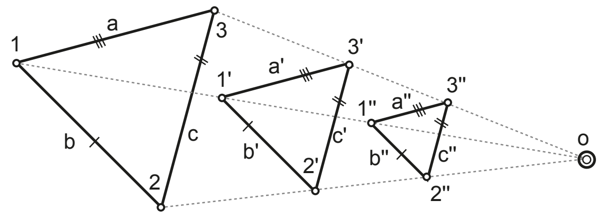
5-PATRONES GEOMÉTRICOS Y ESCALAS



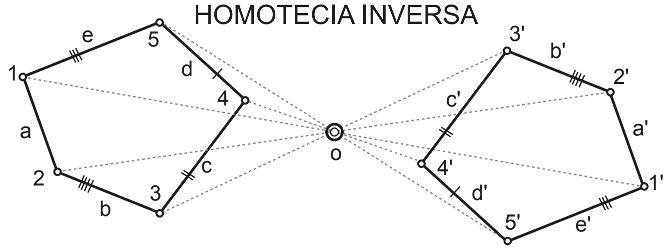
HOMOTECIA

La Homotecia es una tranformación geométrica, una correspondencia biunívoca entre dos figuras en la que se cumple que **las parejas de puntos homotéticos están alineados con el centro** de homotecia y **los segmentos homotéticos son paralelos**. Las figuras homotéticas son **semejantes** ya que mantienen los ángulos en vértices homotéticos y las proporciones entre los segmentos. D ehecho la homotécia no es más que la conceptualización geométrica del **cambio de escala**.

HOMOTECIA DIRECTA



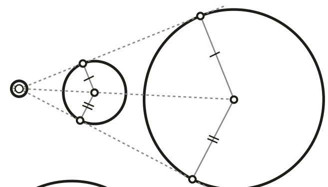
HOMOTECIA INVERSA



Cuando los puntos homotéticos se encuentran alineados sobre las radiaciones dejando al centro entre ambos dos la homotecia es INVERSA. Cuando los dos puntos homotéticos se encuentran al mismo lado respecto al centro la homotecia es DIRECTA.

HOMOTECIA DIRECTA: Las figuras homotéticas directas son semejantes y nunca son equivalentes. El factor de proporcionalidad entre figuras homotéticas directas es siempre positiva.

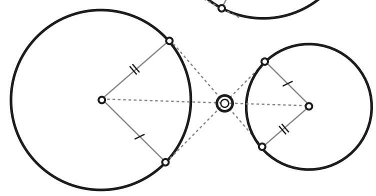
HOMOTECIA INVERSA: Las figuras homotéticas inversas responden a un factor de proporcionalidad negativo, son equivalentes si el factor de proporcionalidad es -1. En este caso (arriba a la derecha) la figura no es semejante es el producto de dos simetrías axiales cuyos ejes, se cortan perpendicularmente en el centro de homotecia



EN LA HOMOTECIA SIEMPRE SE CUMPLE:

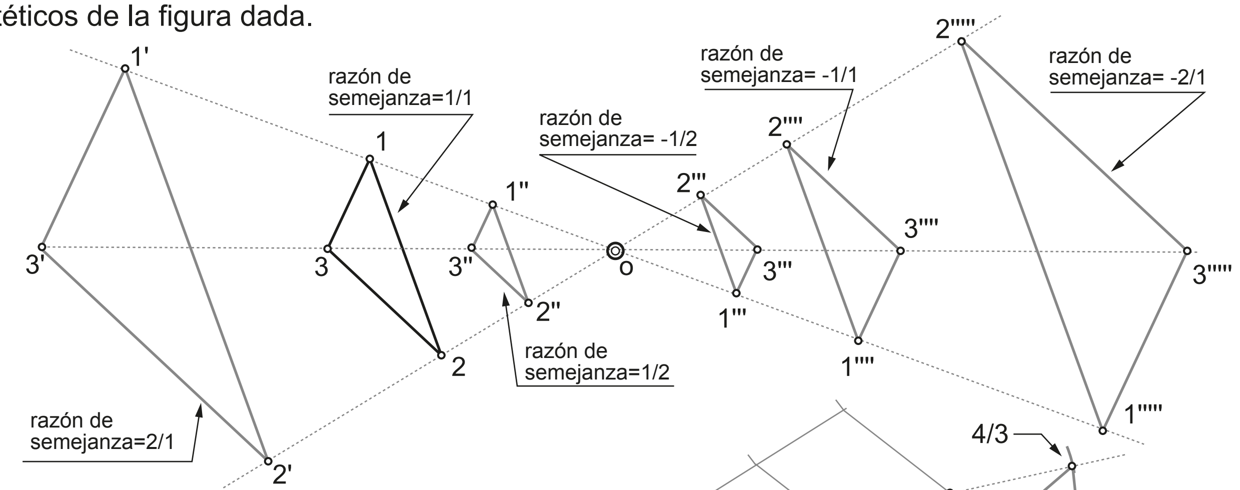
1- LOS PUNTOS homotéticos siempre están alineados con el centro de homotecia, mientras que las RECTAS homotéticas siempre son paralelas.

2- Dos CIRCUNFERENCIAS siempre son homotéticas y tienen el centro de homotecia alineado con sus centros. El centro está en el punto donde se cortan las tangentes exteriores para homotecia directa y en el punto donde se cortan las tangentes interiores para la homotecia inversa. Los radios que van a parar a puntos homotéticos de las circunferencias son paralelos.

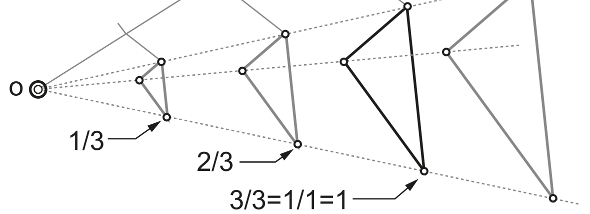


FACTOR DE PROPORCIONALIDAD EN LA HOMOTECIA (Razón de semejanza)

El factor de proporcionalidad en la homotecia viene marcado por la distancia entre el centro y los puntos homotéticos de la figura dada.



También podemos encontrar en razones de semejanza fraccionadas. Estas vienen determinadas por la división en partes iguales de la distancia entre los puntos homotéticos o uno de ellos con el centro.



ESCALAS GRÁFICAS

La escala es la relación, normalmente expresada en fracción, entre las dimensiones del gráfico o dibujo (D) y las dimensiones reales del objeto (R).

D/R: medidas del dibujo dividido por las medidas de la realidad.

Escalas de Reducción: 1/2 (1cm del dibujo se corresponden con 2cm la realidad), "la mitad de..."; 1/5 (una quinta parte de...). Se aplican principalmente en geodesia, topografía y arquitectura.

Escalas de Ampliación: 2/1 (2cm del dibujo se corresponden con 1cm de la realidad). "El doble de...", 3/2 (3cm del dibujo se corresponden con 2cm de la realidad). Se aplican principalmente en planos de diseño industrial, por ejemplo una tuerca.

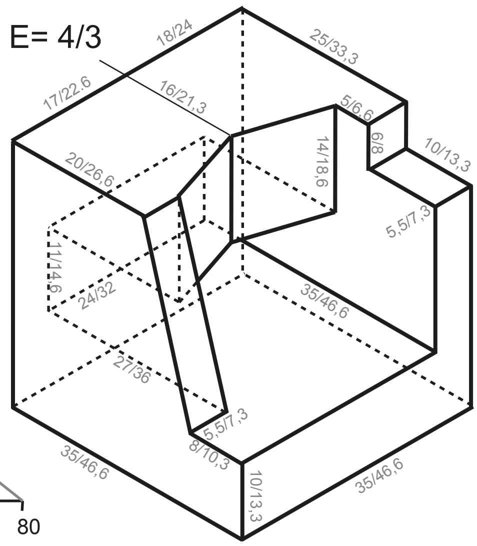
Escala Natural: 1/1 (el dibujo y el objeto real miden lo mismo). Siempre que sea posible elegiremos esta escala para el dibujo.

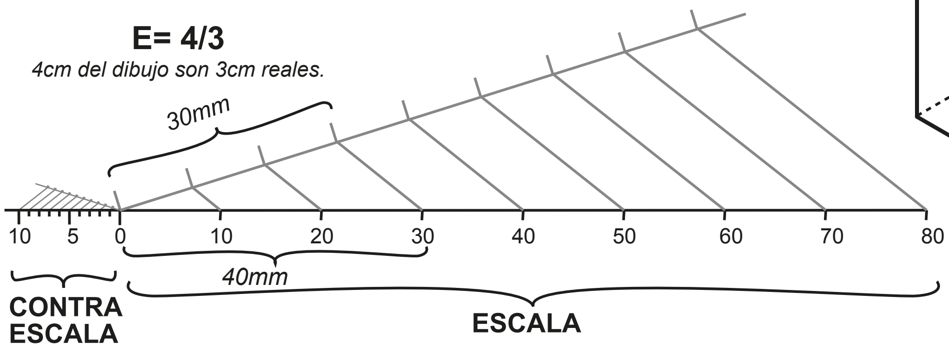
En cualquier caso la escala idónea trata siempre de encontrar una solución equilibrada, donde se pueda observar con claridad cualquier detalle del dibujo. La escala elegida siempre estará condicionada por los tamaños del objeto y las dimensiones del fromato (A3 o A4 son los más estandarizados) empleado para el dibujo.

PROCEDIMIENTO GRÁFICO

Una vez determinada la escala podríamos apuntar sobre la figura del croquis o del plano las medidas que vamos a emplear para el posterior dibujo aplicando una multiplicación y/o división. Pero este método no es realmente práctico. Sobre todo para piezas o dibujos en los que vamos a barajar gran cantidad de medidas diferentes.

La construcción de la escala nos permitirá leer directamente, en las longitudes de la escala, las magnitudes que necesitamos.

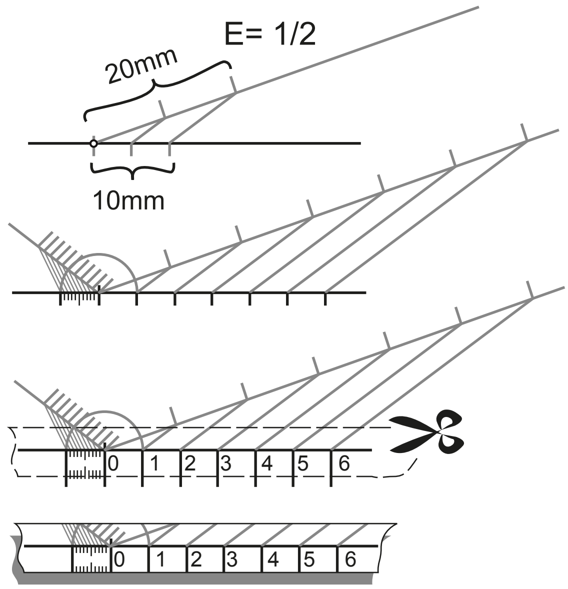




CONSTRUCCIÓN DE LA ESCALA VOLANTE

La escala volante es el método más práctico, rápido y limpio para hacer dibujos a escala. Realmente no es más que una adaptación de la escala gráfica (ilustración superior) a modo de regla-cinta métrica para copiar medidas sobre el dibujo.

Es importante tener en cuenta y elegir correctamente las expresiones de las magnitudes (mm. cm. m. Km...) y también la medida "más alta" que va a aparecer en el dibujo. La contra escala tiene un papel vital para representar medidas no enteras. Como ejemplo mostramos una escala de 1/2.



PROCEDIMIENTO:

1º- Trazamos una horizontal sobre la cual medimos 1cm. Trazamos, a partir del origen, una oblicua sobre la que medimos 2cm. Trazamos paralelas para dividr el 1cm inical en dos.

2º- A partir de ahi repetimos tantas medidas sobre la oblicua como necesitemos y trazamos las paralelas sobre la horizontal.

3º- Llevamos sobre la oblicua al otro lado del origen la medida de la unidad y dividimos esta en diez partes para dibujar la contraescala.

4º- Marcamos las magnitudes (en este caso son centímetros), prolongamos las secciones y recortamos.

FRISOS

Un modo de componer o construir imágenes y objetos, o de decorar, muy empleado en el arte, la arquitectura y el diseño mediante repeticiones es el **friso o cenefa**. Los frisos ornamentales obtenidos mediante la repetición de uno o varios motivo gráficos en una sola dirección (uni dimensionalmente) se encuentran en muy distintos ámbitos (textil, arquitectónico, ingeniería, arte, etc..) y en todas las épocas y culturas. Encontramos frisos en todos nuestros lugares cotidianos, por ejemplo una cremallera. En las calles abundan las rejas en ventanas y balcones.

La idea básica que encontramos en cualquier **friso es la repetición lineal de un motivo inicial**, que puede ser muy variado. Esta definición nos puede hacer pensar que existen infinidad de tipos de frisos. Sin embargo, **matemáticamente, solo existen siete modelos o tipos de frisos**. Pudiendo aplicar tres **movimientos en el plano, o isometrías, que no alteran el módulo en distintos órdenes : giros, simetrías o traslaciones**.

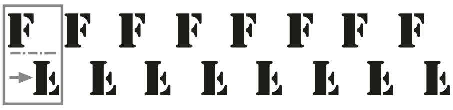
Dependiendo de cómo se aplican, en qué orden y disposición, las tres isometrías podemos encontrar estos siete tipos de friso. Tomamos como módulo o motivo inicial la letra F por no contener ningún tipo de simetría (ni simetría axial ni simetría de giro):

Frisos de las traslaciones;

Friso de las traslaciones y la simetría horizontal;

Friso de las traslaciones y la simetría vertical

Friso de las traslaciones y del deslizamiento



Friso de las traslaciones y del giro de 180º;

Friso de las traslaciones, la simetría vertical y el deslizamiento;

Friso de las traslaciones, el giro de 180º
y las simetrías horizontales;

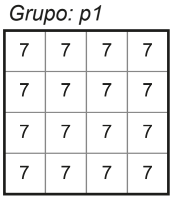
GRUPOS DE SIMETRÍA PLANOS (WALLPAPER GROUPS)

Los motivos, además de a lo ancho y largo, también se pueden repetir a lo alto y bajo. En ese caso las posibilidades son más, pero tampoco son muy extensas, son solo 17 grupos de simetría los posibles para el alicatado o los mosaicos, que son la repetición de motivos bidimensionalmente (izquierda-derecha y arriba-abajo).

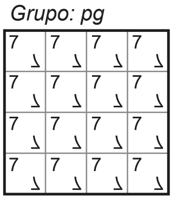
En 1891,el matemático Yevgraf Fiódorov demostró que solo hay 17 grupos distintos de patrones posibles.

Los wallpaper groups son grupos de simetría bidimensionales (de dos dimensiones), de complejidad intermedia entre los grupos de frisos más simples y los grupos espaciales tridimensionales. Estos grupos clasifican los patrones por sus simetrías. Diferencias sutiles pueden colocar patrones similares en diferentes grupos, mientras que patrones que son muy diferentes en estilo, color, escala u orientación pueden pertenecer al mismo grupo.

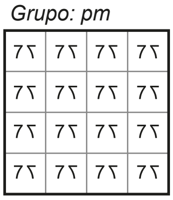
Grupo: p1



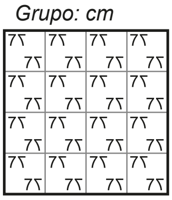
Grupo: pg



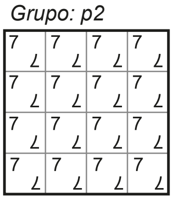
Grupo: pm



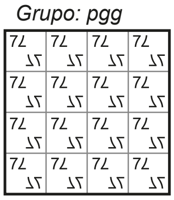
Grupo: cm



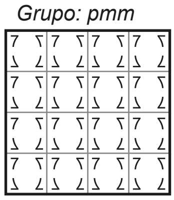
Grupo: p2



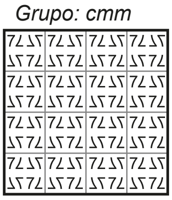
Grupo: pgg



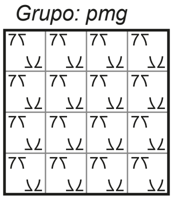
Grupo: pmm



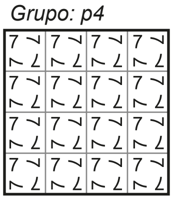
Grupo: cmm



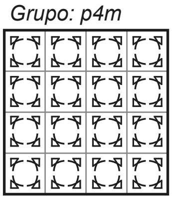
Grupo: pmg



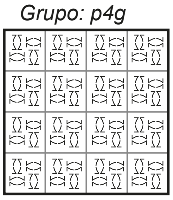
Grupo: p4



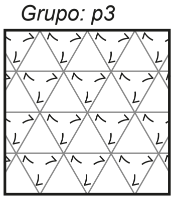
Grupo: p4m



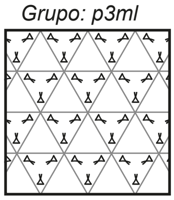
Grupo: p4g



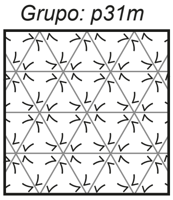
Grupo: p3



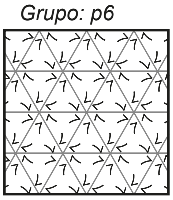
Grupo: p3ml



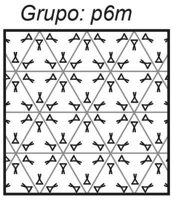
Grupo: p31m



Grupo: p6



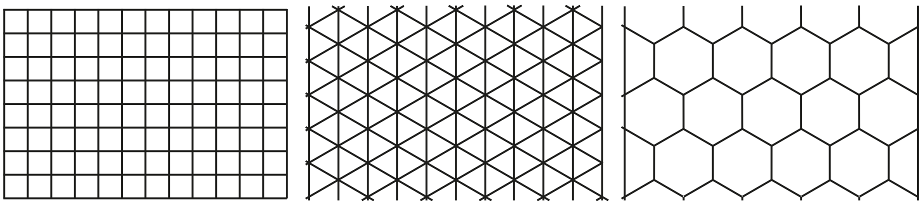
Grupo: p6m



En esta web puedes generar patrones pertenecientes a los 17 grupos fácilmente.
https://singsurf.org/wallpaper/wallpaper.php
o escanea el QR.

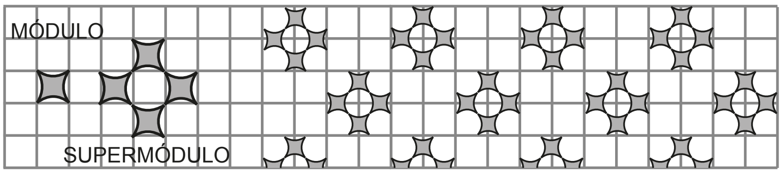
Aquí tienes otra web con la que generar patrones de forma diferente.
https://math.hws.edu/eck/js/symmetry/wallpaper.html
o escanea el QR.

Redes Modulares: Son estructuras, generalmente geometricas en las que una figura se repite para formar una composición. Estas figuras suelen ser polígonos o figuras equivalentes.
A las redes modulares compuestas por figuras que rellenan el plano sin dejar huecos se les llama **teselados**. Sólamente existen tres teselaciones regulares (realizadas repitiendo polígonos regulares.



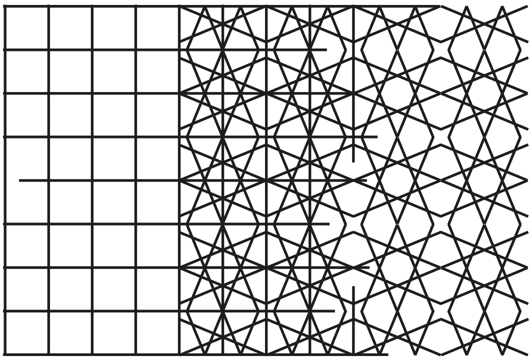
El **módulo** es la figura básica que se repite en las composiciones de las redes modulares. Como se ve en los dibujos superiores sólo hay tres polígonos regulares que teselan el plano.

El **supermódulo** es una figura compuesta por varios módulos básicos que actua como módulo también en la composición.



Los árabes fueron especialistas en desarrollar este tipo de decoración. En la cultura musulmana, debido a las doctrinas del Corán, los artistas y artesanos no deben representar figuras humanas o animales en los templos, objetos o libros religiosos. Por eso eligieron este modo de decoración, en el que no aparecen figuras reconocibles de personas o animales.

Pero la cultura Musulmana no ha sido la única que ha desarrollado la partición del plano. Matemáticos, artistas y diseñadores también se han acercado a estudiar este hecho tan interesante. **Escher** o **Vassarelly** son dos muy buenos ejemplos.



Red simple de cuadrados — Red compuesta por superposición — Red simple de Polígonos

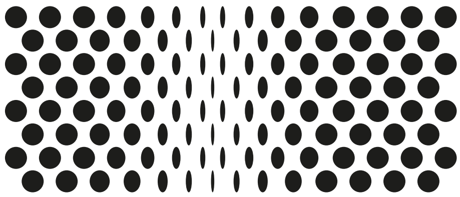
Redes modulares simples: Estan compuestas por la repetición de una sola figura

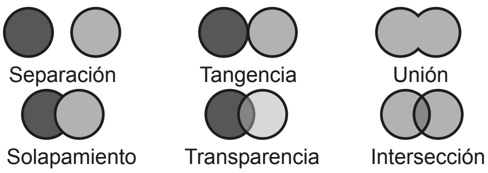
Redes modulares compuestas: Son aquellas formadas por dos o más figuras que se repiten. Cuando estas son teselados las figuras deben de ser polígonos que , aunque tengan distinto numero de lados, tienen los lados iguales.

También existen **redes modulares** o módulos **compuestas** por **superposición** de redes o módulos simples.

La **anomalía** es un recurso plástico que consiste en alterar el orden, la posición o la forma de los módulos para atraer la atención crando efectos de movimiento, tridimensionalidad o distorsión del plano.

Bridget Riley y otros artistas del **Op art** eran expertos aplicando este recurso visual.



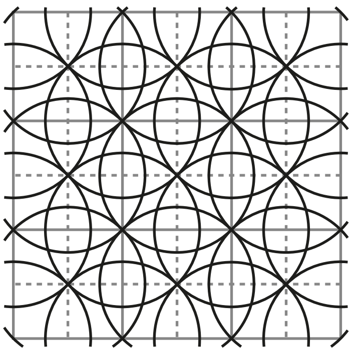


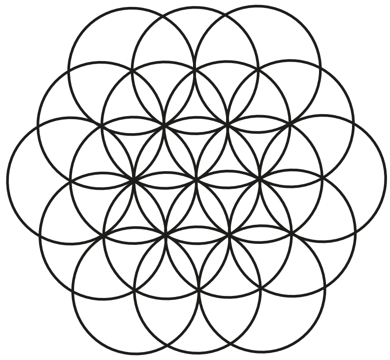
Las circunferencias son también muy comunes en la composición modular. Pero al no tener lados en sus contorno no pueden rellenar el plano en una teselación. A la izquierda vemos La smaneras en las que las circunferencias se pueden disponer para ralizar una composición con ellas como módulo.

A la derecha vemos dos formas distintas de disponer las circunferencias en el plano.

Estas dos formas eran la bases que los musulmanes empleaban para a partir de ellas, uniendo las intersecciones conseguir distintas teselaciones semiregulares.

Una **teselación semiregular** es aquella que con polígonos regulares (todos con el lado de la mima medida) rellena el plano sin dejar hueco.

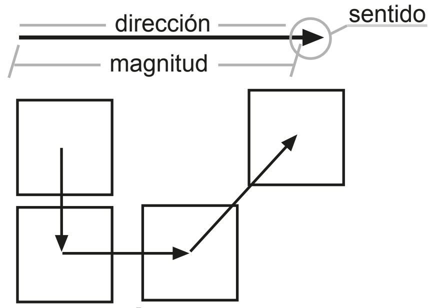


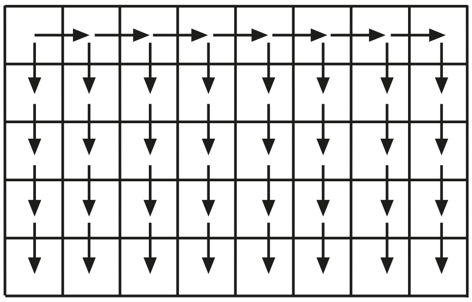


Movimientos en el plano: Geometría dinámica: ISOMETRÍAS

Un movimiento es la transformación de la posición de una figura en el plano, en este caso nuestros módulos o teselas. Concretamente, cuando aplicamos un movimiento, la tesela mantendrá su forma (sus lados, su tamaño, su área y sus ángulos serán iguales: **Isometría**) pero cambiará su situación en el plano. Existen tres tipos de Isometría:

TRASLACIÓN O DESLIZAMIENTO

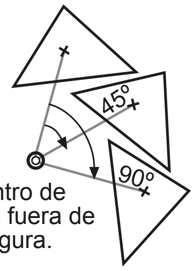




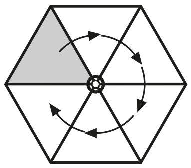
Trasladar una figura es desplazarla, empujarla. Todas las traslaciones vienen determinadas por un **vector**. Un vector está determinado por una **magnitud** (distancia), **dirección** y **sentido**

ROTACIÓN O GIRO

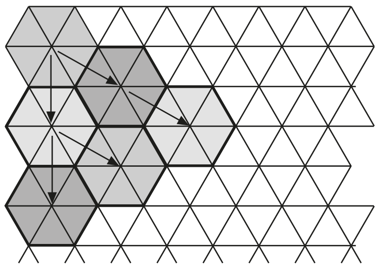
Para girar una figura se necesita un **centro de giro**, un **sentido** y una **magnitud angular**. El centro de giro se puede situar dentro,en los bordes o fuera de la figura



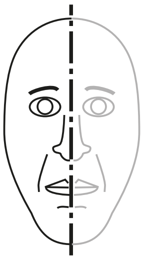
Centro de giro fuera de la figura.

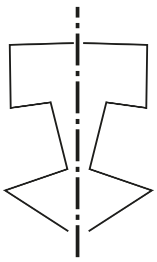


Centro de giro en un vértice, rotamos y repetimos 5 veces.

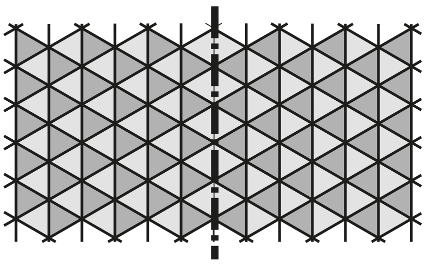


SIMETRÍA O REFLEXIÓN





La simetría es una operación o transformación geométrica que está presente en muchos objetos naturales y creados por el hombre. Consiste en reflejar la figura con respecto a un eje de simetría. Todos los puntos simétricos se encuentran en una perpendicular al eje , al otro lado y a la misma distancia.

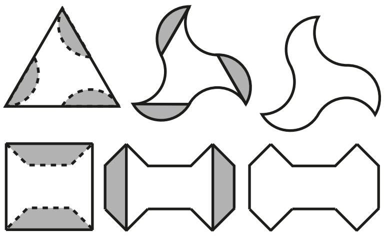


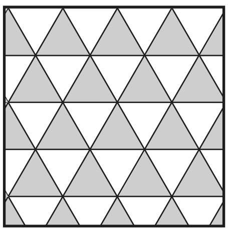
Transformaciones del módulo en teselaciones: EQUIVALENCIAS

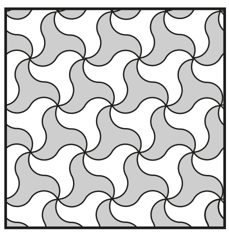
Ya hemos visto que existen tres teselaciones regulares (triángulos, cuadrados y hexágonos) y semiregulares (existen ocho), en las que aparece más de un polígono regular. También podemos encontrarnos con multitud de teselaciones cuyos módulos son polígonos iregulares y repetidos pueden rellenar el plano (triángulos irregulares, rombos o rectangulos por ejemplo).

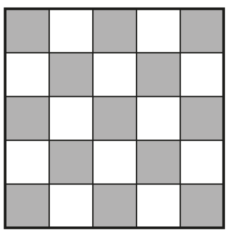
Existe la posibilidad de alterar la forma del módulo (principalmente en teselaciones que únicamente emplean una tesela, figura o módulo) de modo que la forma alterada rellene el plano de igual modo. Se trata de emplear una figura equivalente.

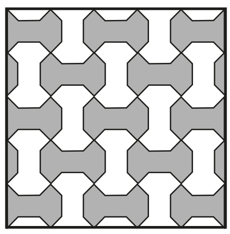
La **equivalencia** es una relación entre figuras (cualquier figura plana) en la que el original y la figura equivalente tienen la misma area o superficie.











Como podemos ver en las ilustraciones arriba hemos obtenido una figura equivalente del triángulo (llamada pajarita nazarí) y otra figura equivalente del cuadrado (hueso nazarí). Hemos conseguido las nuevas figuras recortando y pegando los recortes en distinto lugar.

Estos recortes siguen las leyes de las isometrías (traslación, giro y simetrías). Existen diversos procedimientos o métodos para obtener figuras equivalentes, aplicando isometrías, que también teselan el plano como las figuras originales. Los árabes y M.C. Escher fueron expertos en este tema.